

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ ИМ.
В.А. КОТЕЛЬНИКОВА РАН

На правах рукописи



Калябин Дмитрий Владимирович

**НЕВЗАИМНЫЕ И РЕЗОНАНСНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ
РАСПРОСТРАНЕНИИ СПИНОВЫХ И
АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ
СТРУКТУРАХ**

Специальность 01.04.07 —

«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, профессор
Никитов Сергей Аполлонович

Москва — 2017

Оглавление

	Стр.
Введение	5
Глава 1. Обзор литературы и основные определения	13
1.1 Магнитостатические спиновые волны	13
1.1.1 Магнитостатическое приближение	13
1.1.2 Прямые объемные магнитостатические спиновые волны	14
1.1.3 Поверхностные магнитостатические спиновые волны	15
1.1.4 Невзаимность спиновых волн, распространяющихся в магнитных структурах	16
1.2 Периодические и непериодические магнитные и акустические структуры	19
1.2.1 Магنونные кристаллы	19
1.2.2 Электромагнитные и акустические метаматериалы	21
1.2.3 Нерегулярные магнитные структуры для устройств магнонной логики	23
1.3 Методы математического моделирования	25
1.3.1 Методы моделирования периодических структур	25
1.3.1.1 Сравнения быстродействия основных методов	25
1.3.1.2 Метод многократного рассеяния MST	26
1.3.1.3 Метод разложения по плоским волнам PWE	27
1.3.1.4 Метод конечным элементов FEM	28
1.3.2 Методы моделирования нерегулярных структур	28
Глава 2. Распространение магнитостатических спиновых волн в периодических магнитных структурах	30
2.1 Магнитостатические спиновые волны в двумерных магنونных кристаллах	30
2.1.1 Двумерный магنونный кристалл	30
2.1.2 Микромагнитное моделирование	32
2.1.3 Применение метода многократного рассеяния к двумерным магنونным кристаллам	34

2.1.4	Результаты моделирования	36
2.1.4.1	Дисперсия ПОМСВ в двумерных магнетонных кристаллах	36
2.1.4.2	Возникновение краевых состояний в двумерном магнетонном кристалле	37
2.2	Распространение магнитостатических спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах	41
2.2.1	Различные виды рассматриваемых магнетонных кристаллов	41
2.2.2	Применение метода разложения по плоским волнам к одномерному магнетонному кристаллу	42
2.2.2.1	Свободные граничные условия	47
2.2.2.2	Металлизированная поверхность	48
2.2.2.3	Микроструктурированная поверхность	49
2.2.3	Результаты моделирования	51
2.2.3.1	Бикомпонентный одномерный магнетонный кристалл	51
2.2.3.2	Одномерный магнетонный кристалл, образованный микроструктурированием поверхности	53
2.3	Распространение магнитостатических спиновых волн в магнетонных кристаллах ограниченной длины	56
2.3.1	Одномерные магнетонные кристаллы ограниченной длины .	56
2.3.2	Математическая модель	57
2.3.2.1	ПОМСВ в тонкой пленке	57
2.3.2.2	Прохождение ПОМСВ через границу раздела двух ферромагнетиков	58
2.3.2.3	Поток энергии ПОМСВ	60
2.3.2.4	Задача рассеяния на одном включении	60
2.3.3	Распространение волн в магнетонном кристалле	62
2.3.4	Результаты моделирования	64
2.3.4.1	Магнетонный кристалл	64
2.3.4.2	Магнетонный кристалл с малым числом периодов .	65
2.3.4.3	Магнетонный кристалл с дефектом	66

	Стр.
2.4 Выводы	68
Глава 3. Распространение акустических и магнитостатических волн в нерегулярных волноведущих структурах	70
3.1 Распространение поверхностных акустических волн Лява в нерегулярных волноведущих структурах, содержащих акустические метаматериалы	70
3.1.1 Поверхностные акустические волны Лява	70
3.1.2 Нормировка функций сечения	73
3.1.3 Классификация собственных мод: распространяющиеся, открытые и вытекающие моды	73
3.1.4 Волны в неоднородном волноводе	77
3.1.5 Неоднородные волноведущие структуры с акустическими метаматериалами	79
3.1.6 Эффективные материальные параметры метаматериала	82
3.1.7 Связь мод	83
3.1.8 Пространственное разделение волн по частоте	86
3.2 Распространение магнитостатических спиновых волн в узких нерегулярных ферромагнитных волноводах	88
3.2.1 Распространение ПМСВ в однородном ферромагнитном волноводе ограниченной ширины	88
3.2.2 Распространение ПМСВ в однородном ферромагнитном волноводе переменной ширины	90
3.2.3 Связь мод в неоднородном волноводе	92
3.3 Выводы	95
Заключение	96
Список литературы	98
Список рисунков	111

Введение

Интенсивные исследования в области магнитных материалов и, в особенности, микро- и наномангнитных структур в последние годы позволили получить интересные и важные научные результаты, которые легли в основу такого научного направления, как спинтроника. Спинтроника - это бурно развивающаяся область электроники, в которой, в частности, используются процессы переноса магнитного момента или спина электрическим током в структурах, содержащих магнитные материалы. Перенос спина также может осуществляться с помощью магнонов, или спиновых волн в магнитных металлах и диэлектриках. В связи с этим выросло новое научное направление - магноника. Магноника - это область спинтроники или в более общем смысле электроники, изучающее физические свойства магнитных микро- и наноструктур, свойства распространяющихся спиновых волн, а также возможностей применения спиновых волн для построения элементной базы приборов обработки, передачи и хранения информации на новых физических принципах [1–6].

Бурному росту числа исследований свойств магнонов в последнее десятилетие способствовало несколько причин: появление новых технологий, обеспечивающих возможность взаимодействия с магнонами на наномасштабах; открытие ряда физических явлений, таких как эффект спиновой накачки (Spin Pumping) [7] и эффект переноса спинового момента (Spin Transfer Torque) [8]; необходимость создания альтернативы КМОП технологии, достигшей на данный момент фундаментальных ограничений. Использование магнонного подхода (передача и обработка данных с помощью магнонов) [2] в спинтронике (которая изучает переносимые электронами спиновые токи) создало новую область физики — магнонная спинтроника [1]. Это создало следующие преимущества:

- Магноны позволяют передавать и обрабатывать спиновую информацию без движения каких либо действительных частиц, таких как электроны, и следовательно без джоулевых потерь.
- Длина свободного пробега магнонов обычно на несколько порядков больше чем длина диффузии спинов.
- Волновая природа спиновых волн и их нелинейные свойства обеспечивают возможность применения более эффективных подходов к обработке данных.

В данной диссертации представлены результаты исследования, которые можно сгруппировать следующим образом:

1. Распространение магнитостатических спиновых волн в периодических магнитных структурах
2. Распространение акустических и магнитостатических спиновых волн в неоднородных неперiodических волноведущих структурах

Исследование спиновых волн, распространяющихся в магнетонных кристаллах (МК) [9; 10], которые являются магнитными аналогами фотонных кристаллов [11], стало в последние десятилетия одной из наиболее динамично развивающейся областей магнетизма. В качестве простейшего примера МК можно представить структуру состоящую из множества слоев двух ферромагнитных материалов, чередующихся в пространстве. В дисперсионной картине волны, распространяющейся в такой структуре, появятся запрещенные зоны, определяемые условием Брэгга $k = \pi n/\Lambda$, где k это волновое число, а Λ это период структуры. Эти запрещенные зоны, аналогичны фотонным в фотонных кристаллах, зависят от материалов и геометрии конкретного образца, однако, в отличие от фотонных аналогов, магнетонные запрещенные зоны могут управляться внешним магнитным полем [12; 13], обеспечивая возможность отстройки по частоте в таких перестраиваемых устройствах, как линии задержки или частотные фильтры [2]. Экспериментальные данные также подтверждают образование запрещенных зон в различных одномерных МК: образованных микроструктурированием ферромагнитной пленки [14]; состоящих из отстоящих друг от друга ферромагнитных полосок [15]; состоящих из двух различных ферромагнитных полосок, чередующихся в пространстве, также называемыми бикомпонентными МК [16; 17]. Эти свойства магнетонных кристаллов привели к интенсивному исследованию МК различных конфигураций. В ранних работах рассматривались спиновые волны в одномерных МК с маленьким магнитным контрастом, то есть $|M_{s1} - M_{s2}|/M_{s1} \ll 1$, где M_{s1} , M_{s2} это намагниченности насыщения материалов. Решение было получено для обратных объемных магнитостатических волн с периодическими обменными граничными условиями [10]. В дисперсионной картине проявлялись ярко выраженные запрещенные зоны, что привело к продолжению исследования МК различных видов с разнообразной конфигурацией разными методами [12].

Важной особенностью спиновых волн является их невзаимность. Например, поверхностные магнитостатические спиновые волны распространяющиеся

в касательно намагниченной ферромагнитной пленке в противоположных направлениях локализованы вблизи противоположных поверхностей этой пленки. Благодаря этому, введение асимметричных граничных условий (например добавление металлизации) приводит к асимметричности дисперсионных картин спиновых волн в таких структурах [18]. Другим проявлением свойства невзаимности, являются выделенные направления при рассеивании спиновых волн на включениях, что в свою очередь приводит к возникновению краевых вращательных состояний в периодических структурах. Причем, направление вращения меняется на противоположное при смене направления внешнего магнитного поля.

Другим направлением представленного исследования является изучение распространения спиновых волн в узких нерегулярных волноводящих структурах. Последние успехи в области изучения устройств магнонной логики [1–3; 6; 19; 20] продемонстрировали возможность их развития в качестве потенциального конкурента привычным электронным устройствам с КМОП схемотехникой. Использование магнонов вместо электронов существенно снижает потери и обеспечивает перестраиваемость устройств. На данный момент прототипы магнонных логических вентилях представляют собой соединения интерферометров спиновых волн [2; 4; 5; 21–24]. Управление интерференцией спиновых волн открывает новые перспективы спинволновой архитектуры логических устройств. Однако на данный момент не существует подробной теории, описывающей распространение спиновых волн в таких структурах, особенно на наномасштабах, где существенную роль играют размерные эффекты. А именно, для описания таких структур и дальнейшего их использования в наноразмерных устройствах магнонной логики, важно решить две основные проблемы: учесть многомодовое распространение спиновых волн и нерегулярность волноводов. Результаты исследований в этом направлении также представлены в данной диссертации.

Целью данной работы является исследование невзаимных и резонансных эффектов при распространении спиновых волн в неоднородных ферромагнитных структурах, а также резонансных эффектов при распространении поверхностных акустических волн в неоднородных структурах с акустическими метаматериалами.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать распространение прямых объемных магнитостатических спиновых волн в нормально намагниченных двумерных магнетонных кристаллах
2. Исследовать распространение поверхностных магнитостатических спиновых волн в касательно намагниченных магнетонных кристаллах
3. Исследовать свойства поверхностных магнитостатических спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах конечной длины
4. Исследовать распространение поверхностных акустических волн Лява в нерегулярных слоистых структурах, содержащих акустические метаматериалы
5. Исследовать распространение поверхностных магнитостатических спиновых волн в пространственно ограниченных ферромагнитных волноводах переменной ширины

Научная новизна работы заключается в получении следующих новых научных результатов:

1. С помощью разработанной математической модели, описывающей распространение прямых объемных магнитостатических спиновых волн в нормально намагниченных двумерных магнетонных кристаллах, обнаружено возникновение краевых вращательных состояний в таких структурах
2. Исследован процесс распространения поверхностных магнитостатических спиновых волн в касательно намагниченных магнетонных кристаллах разных видов с учетом полного спектра спиновых волн в магнетонном кристалле, что позволило точно решить задачу о рассеянии спиновых волн на неоднородности волновода
3. Разработана методика аналитического исследования характеристик распространения поверхностных магнитостатических спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах конечной длины, с помощью которой было показано, что зонная структура дисперсии спиновых волн проявляется уже на нескольких периодах
4. Разработана математическая модель, описывающая распространение поверхностных акустических волн Лява в слоистой структуре, содержащей верхний упругий слой переменной толщины и подложку из акустического метаматериала, на основе которой была продемонстрирована

возможность эффективного пространственного разделения по частоте волн в таких структурах

5. Исследовано распространения поверхностных магнитостатических спиновых волн в пространственно ограниченных неоднородных ферромагнитных волноводах, что показало, что режим распространения волн является существенно многомодовым, причем перекачка энергии между модами может существенно влиять на характер распространения волн в таких структурах (перекачка более половины энергии моды)

Теоретическая и практическая значимость работы В ходе выполнения работ, результаты которых представлены в данной диссертации, были исследованы периодические магнитные структуры, как “бесконечные”, так и конечной длины. При исследовании свойств спиновых волн, распространяющихся в таких структурах, было показано, что на этой базе можно создать ряд устройств обработки сигналов на принципах магنونной логики, которые будут существенно отличаться от устройств привычной электроники, в частности, низким энергопотреблением, перестраиваемостью по внешнему магнитному полю, наличием эффекта невзаимности, более высоким рабочим диапазоном частот и др. Но с другой стороны, для создания полноценной компонентной базы на принципах магноники, нужно описать и принцип соединения простейших логических вентилях в целые логические устройства. На данный момент предполагается делать это с помощью узких нерегулярных ферромагнитных волноводов, которые также были исследованы в представленной работе. Таким образом, разработанная теория и полученные с её помощью результаты находятся на передовом крае магноники.

Методология и методы исследования. В ходе представленной работы была разработана комплексная математическая модель, описывающая распространение магнитостатических спиновых и акустических волн в неоднородных структурах на базе уже существующих аналитических методов (метод многократного рассеяния, метод разложения по плоским волнам, метод матриц передачи, метод сечений) и микромагнитного моделирования (пакет Nmag на основе метода конечных элементов), с существенной их переработкой для учета особенностей гиротропных сред, которыми являются все рассматриваемые магнетики, конкретных геометрических параметров структур и граничных условий. Численные результаты получены с помощью специально созданных автором пакета программ, написанных на языках *C*, *Python* с использованием библиотек для

работы с линейной алгеброй, решения систем дифференциальных уравнений и др.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В нормально намагниченных двумерных магнетонных кристаллах при распространении в них спиновых волн возникают краевые вращательные состояния - краевые магны
2. В одномерных касательно намагниченных магнетонных кристаллах распространение поверхностных магнитостатических волн является взаимным, а именно: дисперсионные характеристики волн, распространяющихся в противоположных направлениях, различны
3. В одномерных касательно намагниченных магнетонных кристаллах ограниченной длины зонная структура дисперсии поверхностных магнитостатических спиновых волн проявляется уже на нескольких периодах кристалла
4. В слоистой структуре, содержащей верхний упругий слой переменной толщины и подложку из акустического метаматериала, поверхностные акустические волны Лява, излучающиеся в объем подложки вследствие неоднородности волновода, оказываются пространственно разделенными по частотам
5. Многомодовость распространения поверхностных магнитостатических спиновых волн в ограниченных ферромагнитных волноводах приводит к перекачке мощности переносимой модами волны, а именно: к перекачке более половины мощности волны между низшими модами волны

Достоверность полученных результатов подтверждается

- использованием в качестве основы, уже примененных в другой области аналитических и численных методов
- сравнением и совпадением отдельных результатов, полученных разными методами (аналитическими, численными и экспериментальными) между собой
- подтверждением полученных автором результатов другими научными группами и ссылками на работы автора

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на 23 российских и международных конференциях:

IEEE International Ultrasonics Symposium (Dresden, Germany, 2012), Days on Diffraction (Санкт-Петербург, 2012), 9-ый, 10-ый, 11-ый и 12-ый

Молодежный конкурс имени Ивана Анисимкина (Москва, 2012, 2013, 2014, 2015), International Symposium on Spin Waves 2013, 2015 (Санкт-Петербург 2013, 2015), 57-ая, 58-ая и 59-ая научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2014, 2015, 2016), Нанозифика и Нанозлектроника XVIII, XIX и XXI международный симпозиум (Нижний Новгород, 2014, 2015, 2017), Annual Conference on Magnetism and Magnetic Materials MMM (Honolulu, USA, 2014), Moscow International Symposium on Magnetism MISM (Москва, 2014), IEEE International magnetic conference INTERMAG (Dresden, Germany, 2014), IEEE International Conference on Microwave Magnetics ICMM (Sendai, Japan, 2014), International Workshop "Brillouin and Microwave Spectroscopy of Magnetic Micro- and Nanostructures – BrillMics"(Саратов, 2014), Joint Magnetism and Magnetic Materials - INTERMAG Conference (San Diego, USA, 2016), Sol-SkyMag International Conference on Magnetism and Spintronics(San -Sebastian, Spain, 2016), IUMRS-ICEM International Conference on Electronic Materials (Singapore, 2016), EASTMAG-2016.VI Euro-Asian Symposium "Trends in MAGnetism"(Красноярск, 2016).

Личный вклад. Все работы по теме диссертации выполнены Калябиным Д.В. в соавторстве с Никитовым С.А., Лисенковым И.В., Осокиным С.А., Урманчеевым Р.В., Садовниковым А.В., Бегининым Е.Н., Шараевским Ю.П.

Автор, совместно с вышеперечисленными коллегами, разработал аналитическую теорию и создал программы численного счета для описания распространения магнитостатических спиновых и акустических волн в разного рода периодических и нерегулярных структурах. А именно, были рассмотрены магнетонные кристаллы, акустические метаматериалы, ферромагнитные и акустические волноводящие структуры с плавно меняющимися параметрами. На основании созданных автором теорий и математических моделей, а с также с помощью предложенных подходов, было проведено всестороннее исследование распространения волн в таких периодических и нерегулярных волноводах (исследование модового состава, получение дисперсионной картины, построение распределения поля волны, оценка коэффициента пропускания и величины связи мод).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 публикациях в журналах, вошедших в Перечень изданий, рекомендованный ВАК, в 5 публикациях в зарубежных рецензируемых журналах, входящих в Международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus

и Web of Science, в 9 публикаций в трудах международных конференций и в патенте РФ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения . Полный объём диссертации составляет 114 страниц, включая 38 рисунков . Список литературы содержит 149 наименований.

Глава 1. Обзор литературы и основные определения

1.1 Магнитостатические спиновые волны

1.1.1 Магнитостатическое приближение

В спектре однородных плоских волн в неограниченном ферромагнетике возникают “медленные” ветви с малыми фазовой и групповой скоростями и сильной зависимостью их от постоянного магнитного поля [25]. Подобные ветви есть и в спектрах волн в волноводах, содержащих ферромагнетики. Для этих медленных волн выполняется условие:

$$k \gg k_0 \equiv \omega/c \quad (1.1)$$

Используя это условие, можно в нулевом приближении преобразовать уравнения Максвелла в виде:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{H} = 0 \quad (1.2)$$

Так как $\nabla \times \vec{H} = 0$, то описать поле \vec{H} можно с помощью одного лишь скаляра φ , магнитостатического потенциала, в виде $\vec{H} = -\nabla\varphi$. При таком задании вида \vec{H} , второе уравнение в (1.2) выполняется автоматически. Подставляя теперь $\vec{B} = \hat{\mu} \cdot \vec{H}$ в первое уравнение, получим:

$$\nabla \cdot \hat{\mu} \cdot \nabla\varphi = 0 \quad (1.3)$$

Тензор магнитной проницаемости $\hat{\mu}$ это:

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & i\eta & 0 \\ -i\eta & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

где

$$\mu = \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}$$

и

$$\eta = \frac{\omega_M \omega}{\omega_H^2 - \omega^2}$$

где $\omega_H = \gamma H_{eff}$ это частота ферромагнитного резонанса, γ это гиромагнитное отношение, $\omega_M = 4\pi\gamma M(x, y)$, $M(x, y)$ это намагниченность насыщения.

Если считать компоненты тензора (1.4) постоянными в пространстве, то уравнение (1.3) сводится к уравнению Уокера:

$$\mu_0(\partial_x^2 + \partial_y^2)\varphi + \partial_z^2\varphi = 0, \quad (1.5)$$

Под эффективным магнитным полем H_{eff} понимается, в общем случае, сумма всех полей (внешнего поля, поля размагничивания, обменного поля и т.д.). Однако, во всех задачах, рассматриваемых в данной диссертации, не рассматриваются обменные эффекты, кристаллические и поверхностные анизотропии и т.д. В итоге эффективное поле можно представить в виде:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_{ext} - \vec{H}_{dm}(\vec{r}), \quad (1.6)$$

где $\vec{H}_{dm}(\vec{r})$ это поле размагничивания. В общем случае, поле размагничивания может иметь сложный вид [26]. Для каждой конкретной геометрии задачи, поле размагничивания нужно учитывать отдельно.

Граничные условия выражаются в виде равенства на границе нормальных компонент вектора \vec{B} , тангенциальных компонент вектора \vec{H} . Последнее в случае магнестатических спиновых волн сводится к равенству магнестатических потенциалов.

1.1.2 Прямые объемные магнестатические спиновые волны

В нормально намагниченной ферромагнитной пленке возможно распространение прямых объемных магнестатических спиновых волн (ПОМСВ). Профиль поля этих волн имеет гармонический вид внутри пленки и экспоненциально спадает при удалении от поверхности пленки. Существуют эти волны в следующем диапазоне частот: $\omega \in [\omega_H; \sqrt{\omega_H^2 + \omega_H \omega_M}]$.

Дисперсионное соотношения ПОМСВ имеет следующий вид:

$$\omega^2 = \omega_H \left[\omega_H + \frac{\omega_M}{1 + (\pi n/kd)^2} \right] \quad (1.7)$$

где $n = 1, 2, \dots$ это номер моды.

Как видно из (1.7), свойства ПОМСВ не зависят от направления распространения в пленке, а значит волна изотропна.

Профиль поля ПОМСВ имеет следующий вид для четных мод:

$$\varphi^{(e)}(\vec{r}) = \begin{cases} \varphi_0 e^{k_t d/2} \cos(\sqrt{-\mu} k_t d/2) e^{i\vec{k}_t \vec{r} - k_t z}, & z > d/2, \\ \varphi_0 \cos(\sqrt{-\mu} k_t z) e^{i\vec{k}_t \vec{r}}, & -d/2 < z < d/2, \\ \varphi_0 e^{k_t d/2} \cos(\sqrt{-\mu} k_t d/2) e^{i\vec{k}_t \vec{r} + k_t z}, & z < -d/2. \end{cases} \quad (1.8)$$

и для нечетных мод:

$$\varphi^{(o)}(\vec{r}) = \begin{cases} \varphi_0 e^{k_t d/2} \sin(\sqrt{-\mu} k_t d/2) e^{i\vec{k}_t \vec{r} - k_t z}, & z > d/2, \\ \varphi_0 \sin(\sqrt{-\mu} k_t z) e^{i\vec{k}_t \vec{r}}, & -d/2 < z < d/2, \\ -\varphi_0 e^{k_t d/2} \sin(\sqrt{-\mu} k_t d/2) e^{i\vec{k}_t \vec{r} + k_t z}, & z < -d/2. \end{cases} \quad (1.9)$$

1.1.3 Поверхностные магнитостатические спиновые волны

В касательно намагниченной ферромагнитной пленке, в зависимости от ориентации магнитного поля и волнового вектора, возможно распространение как объемных (когда поле и волновой вектор сонаправлены) так и поверхностных (когда поле перпендикулярно волновому вектору). В данной диссертации рассматривались только поверхностные магнитостатические спиновые волны (ПМСВ). Их профиль поля имеет следующий вид [27]:

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0 (e^{kd} + p(\nu)) e^{-ky + i\nu kx}, & d < y, \\ \varphi_0 (e^{ky} + p(\nu) e^{-ky}) e^{i\nu kx}, & -d < y < d, \\ \varphi_0 (1 + p(\nu) e^{kd}) e^{ky + i\nu kx}, & y < -d. \end{cases} \quad (1.10)$$

где $p(\nu)$ это коэффициент смещения поля:

$$p(\nu) = \frac{\mu - 1 - \nu\eta}{\mu + 1 + \eta} e^{-kd} \quad (1.11)$$

Поле ПМСВ зависит от направления распространения ν в то время как дисперсионное уравнение - нет:

$$\omega^2 = (\omega_H + \omega_M/2)^2 - (\omega_M/2)^2 e^{-2kd} \quad (1.12)$$

Граничные частоты ПМСВ могут быть найдены из (2.20) при следующих условиях $k = 0, k \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \omega_{min} &= \omega(0) = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}, \\ \omega_{max} &= \omega(\infty) = \omega_H + \omega_M/2. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Видно, что верхняя граничная частота ПМСВ соответствует нижней граничной частоте ПМСВ.

1.1.4 Невзаимность спиновых волн, распространяющихся в магнитных структурах

Магнитостатические спиновые волны обладают важным свойством - невзаимностью, их свойства существенным образом зависят от направления распространения и магнитного поля. Это не просто анизотропные свойства волн. Рассмотрим подробнее возникновение этого эффекта. Ферромагнитная среда гиротропна, у нее есть выделенное направление, определяемое направлением магнитного поля. Рассмотрим единичный магнитный момент, прецессирующий вокруг магнитного поля \vec{H}_{ext} . Если мы смотрим на плоскость, нормальную к магнитному полю, и проекция магнитного момента на эту плоскость будет двигаться против часовой стрелки, то при смене направления магнитного поля на противоположное, эта прецессия будет происходить по часовой стрелке. Таким образом при смене направления магнитного поля динамика движения намагниченности не может быть получена просто симметричным отображением. Для того чтобы эффект невзаимности проявлялся при распространении спиновых волн, необходимо пространственное ограничение волновода. Как видно из уравнения Уокера (1.5), в самом уравнении движения в явном виде гиротропность

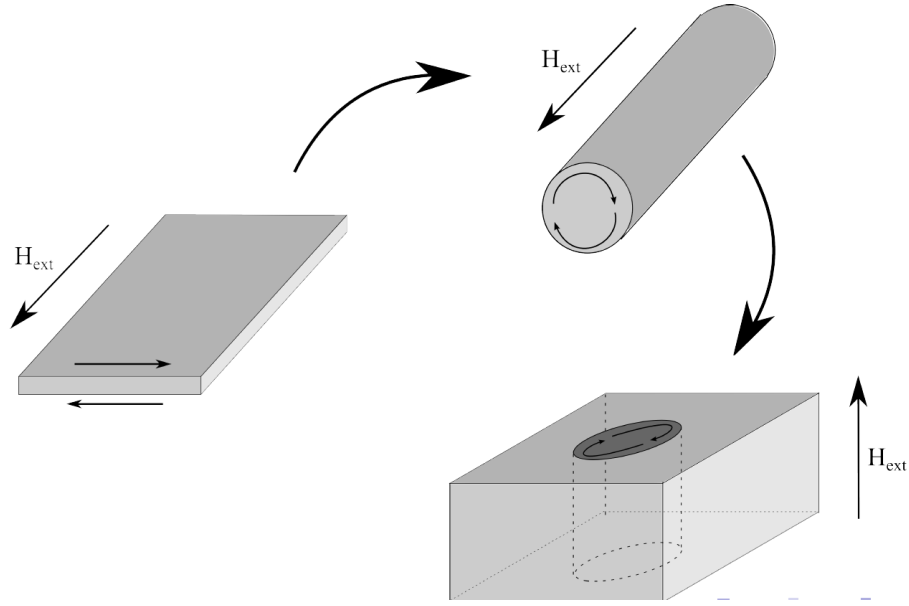


Рисунок 1 — Выделенные направления и невзаимность при распространении магнитостатических спиновых волн

среды не проявляется. Однако, невзаимность проявляется при сшивке граничных условий, а именно при сшивке нормальной компоненты вектора магнитной индукции \vec{B} . Тензор магнитной проницаемости (1.4) является асимметричным, а значит невзаимность проявится в том случае, в котором недиагональные компоненты тензора $\hat{\mu}$ будут входить в нормальную компоненту вектора \vec{B} . А именно в $\vec{B}_n = (\vec{B} \cdot \vec{n}) = ((\hat{\mu} \cdot \vec{H}) \cdot \vec{n})$, где \vec{n} вектор нормали к поверхности. Максимальный эффект невзаимности достигается тогда, когда вектора $\{\vec{k}, \vec{H}_{ext}, \vec{n}\}$ правую или левую тройку.

Яснее всего из всех рассматриваемых в данной диссертации типов магнитостатических спиновых волн эффект невзаимности проявляется для ПМСВ. Согласно (2.18), ПМСВ локализованы вблизи одной из поверхности пленки, а при смене направления распространения, поле ПМСВ будет локализовано вблизи противоположной поверхности. Напрямую это не влияет на свойства ПМСВ, однако, если добавить несимметричные граничные условия (например, металлизировать верхнюю поверхность [28]), то уже благодаря этому проявится невзаимность. Это будет использоваться в Разд. 2.2.

В геометрии ПОМСВ, внешнее магнитное поле и нормаль к поверхности пленки оказываются коллинеарными: $(\vec{H}_{ext} \cdot \vec{n}) = 0$. Это означает, что в однородной ферромагнитной пленке, не ограниченной в поперечных размерах, эффект невзаимности не проявляется. Для того, чтобы его обнаружить, необходимо наличие неоднородностей в ферромагнитной пленке (например, вклю-

чения на Рис. 1). Тогда при падении ПОМСВ на такое включение, рассеяние будет иметь невзаимный характер, что показано в Разд. 2.1.

1.2 Периодические и непериодические магнитные и акустические структуры

В данной диссертации рассматривается два типа неоднородных структур: периодические волноведущие структуры (где в пространстве с некоторым периодом существенным образом меняются геометрические или материальные параметры волновода) и волноведущие структуры с плавно меняющимися параметрами. В периодических структурах рассматривалось два основных диапазона по длине волн, распространяющихся в таких средах: в магнетонных кристаллах длина волны сравнима с периодом структуры, в метаматериалах длина волны много больше периода структуры. Добавление периодической структуры в среду существенным образом влияет на процесс распространения. В частности, появляется зонная картина дисперсии и набор запрещенных и разрешенных состояний. Наличие же, пусть и плавного, изменения параметров тоже вызывает такие эффекты как связь мод, перекачка энергии между модами, изменение модового состава волновода.

1.2.1 Магнетонные кристаллы

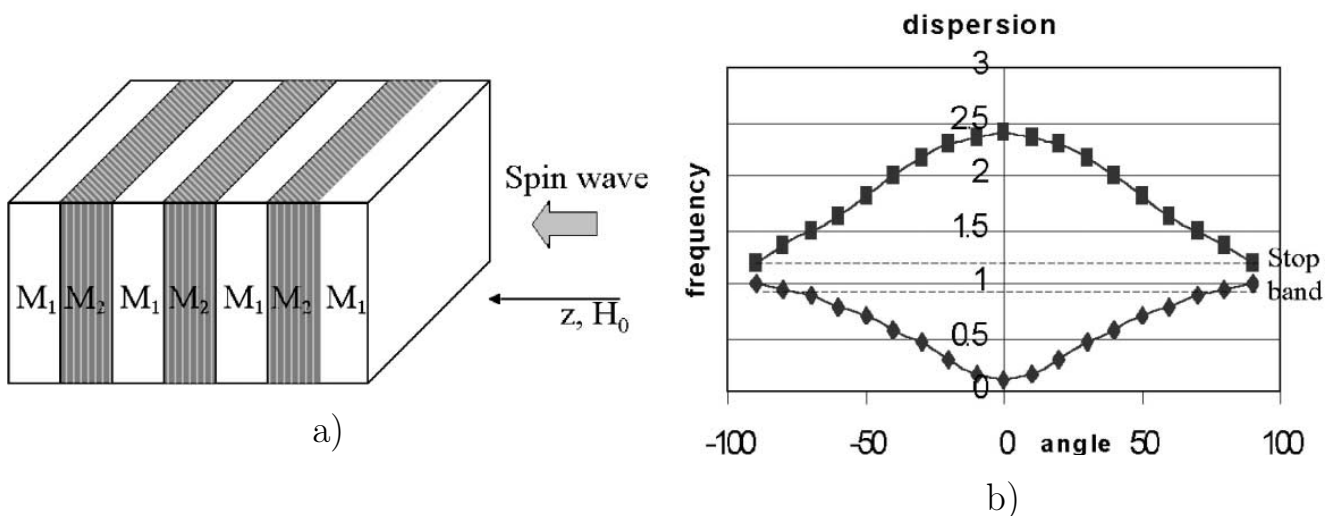


Рисунок 2 — а) Одномерный магнетонный кристалл и б) и дисперсия спиновых волн в нем [29]

В последние десятилетия динамично развивается область магнетизма, посвященная изучению магнетонных кристаллов [29; 30], которые являются магнитными аналогами фотонных кристаллов [11; 31]. Под фотонными кристаллами понимают среду, у которой диэлектрическая проницаемость периодически меняется в пространстве с периодом, допускающим брэгговскую дифракцию света. Подобно тому, как упорядоченное расположение атомов с соответствующей конфигурацией электронных оболочек в электронном кристалле, формирует зонную структуру дисперсии квазичастиц (электронов), периодическая модуляция диэлектрической проницаемости также образует запрещенные зоны в дисперсионной картине фотонов, распространяющихся в фотонном кристалле [32]. Подобный подход позднее стал использоваться при рассмотрении периодических волноведущих сред для фононов, плазмонов и магнонов. Также можно рассмотреть и одновременную модуляцию разных параметров (например, магнитоплазмонные кристаллы [33]).

Примером магнетонного кристалла является структура, состоящая из двух ферромагнитных слоев, чередующихся в пространстве (см. Рис. 2. В дисперсионной картине для волн, распространяющихся в такой периодической магнитной структуре, будут образовываться зоны нераспространения, определяемые условием брэгговского резонансного отражения $k = \frac{\pi m}{\Lambda}$, где Λ это период структуры.

Положение и ширина этих запрещенных зон, как и в случае фотонных кристаллов, зависят от материальных параметров и геометрии конкретного образца, однако, отличительным свойством магнетонных кристаллов является их зависимость от внешнего параметра - внешнего магнитного поля [34–36], обеспечивающая возможность создания перестраиваемых устройств, таких как линии задержки. Экспериментальные исследования также подтверждают образование запрещенных зон в различных одномерных магнетонных кристаллах: образованных канавками на поверхности ферромагнитной пленки [37]; созданных из отстоящих друг от друга ферромагнитных полосок [38]; состоящих из двух различных ферромагнитных полосок, чередующихся в пространстве - бикомпонентных магнетонных кристаллах [39].

Первоначально исследовалось распространение спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах с малым магнитным контрастом, где $\frac{|M_{s1} - M_{s2}|}{M_{s1}} \ll 1$. Однако дальнейшее развитие аналитических и численных методов позволило рассмотреть более широкий круг возможных геометрий магнетонных кристаллов. Например, с помощью метода разложения по плоским волнам (PWE) можно

исследовать спинволновую динамику как в одномерных магнонных кристаллах [40], так и в двумерных [41; 42] и трехмерных [43].

Также стоит подробней остановиться на механизмах образования запрещенных зон в магнонных кристаллах. А именно, это два основных механизма - брэгговское резонансное рассеяние, упоминавшееся выше, и локальное рассеяние типа Ми [44], для которого нужно выполнение особых условий на соотношение между материальными и геометрическими параметрами структуры и параметрами падающей волны. Во втором случае происходит возбуждение локальных резонансных мод, которые привязаны ко включениям и являются почти монохроматическими на всей ширине зоны Бриллюэна с малой групповой скоростью [45—49].

В данной работе будут рассмотрены двумерные магнонные кристаллы (см. Разд. 2.1), одномерные магнонные кристаллы (см. Разд. 2.2) и одномерные магнонные кристаллы конечной длины (см. Разд. 2.3).

1.2.2 Электромагнитные и акустические метаматериалы

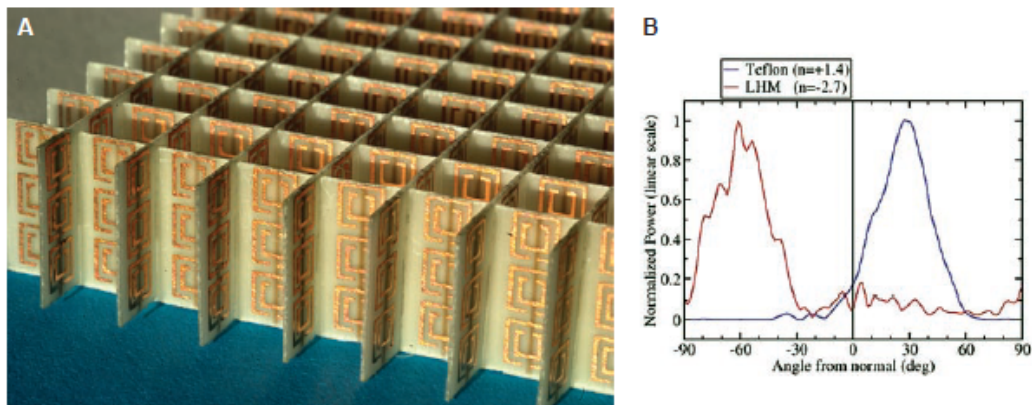


Рисунок 3 — а) Электромагнитный метаматериал и б) негативное преломление волн в нем [50]

В то время как для магнонных, фотонных и других видов кристаллов необходимо сравнимость длины волны с периодом структуры, существуют структуры, в которых интересные физические явления обнаруживаются на длинах волн много больших периода структуры, так называемые метаматериалы [51; 52]. Метаматериалы это композитные среды, которые проявляют свойства рас-

пространяющихся в них волн, не встречающихся в природе. Чаще всего, под метаматериалами понимают такие композиты, у которых существует частотная область, где один из материальных параметров принимает отрицательное значение. Основные явления, связанные с распространением волн в метаматериалах, определяются композитной средой как целым, а не отдельными компонентами. Примером электромагнитного метаматериала является среда с одновременно отрицательными диэлектрическая и магнитная проницаемости, что позволяет получить отрицательный коэффициент преломления [50; 53–55]. Пример такого метаматериала, состоящего из двойных разомкнутых кольцевых резонаторов (обеспечивает отрицательную магнитную проницаемость) и стержней (обеспечивает отрицательную диэлектрическую проницаемость), показан на Рис. 3 а). На правой части рисунка показана детектируемая за метаматериалом мощность преломленной волны, как функция от угла (красная линия), и сравнение с обычным материалом тефлоном (синяя линия). Как видно угол преломления для левого метаматериала (left handed metamaterial, ЛНМ, называются так, потому что вектора $\{\vec{E}, \vec{H}, \vec{k}\}$ образуют левую тройку) получается отрицательным, что говорит об отрицательном коэффициенте преломления в метаматериале.

В этих метаматериалах можно управлять электромагнитным излучением [56; 57] необычным образом, а именно, преодолевать дифракционный предел в линзах сделанных из метаматериала [58; 59], маскировать объекты в некотором диапазоне частот [60; 61], обращать эффект Доплера [62], измерять интенсивность инфракрасного излучения с помощью болометров [63] и многое другое.

Благодаря общности волнового принципа распространения в различных средах, метаматериалы были также предсказаны и разработаны и для акустических волн [64–68]. Подобно электромагнитным метаматериалам, материальные параметры акустических метаматериалов принимают отрицательные значения, только это теперь плотность и упругость вместо диэлектрической и магнитной проницаемости. Акустические метаматериалы тоже проявляют необычные свойства, как и электромагнитные аналоги: отрицательное преломление [69], возможность создания супер-линз [70], акустическая маскировка [71; 72], обращение эффекта Доплера [66; 73] и т.д.

Природа отрицательных коэффициенты преломления и лежащие в его основе микроскопические резонансные элементы, обеспечивают сильную частотную зависимость материальных параметров метаматериалов, предоставляя возможность их использования для частотных фильтров и усиления разрешающей

способности сенсоров. Некоторые попытки были сделаны для применения электромагнитных метаматериалов для СВЧ [74] и оптического [75] детектирования и частотных фильтров [76]. Однако, меньше внимания уделено нахождению применений акустических метаматериалов. С другой стороны, использование акустических метаматериалов для разработки различных устройств обработки сигналов в широком диапазоне частот. Они могут быть использованы для снижения потерь существующих устройств, таких как линии задержки, фильтры, резонаторы, для повышения разрешающей способности фильтров на поверхностных акустических волнах (ПАВ). В данной диссертации, в Разд. 3.1, показано, что основываясь на современном прогрессе в исследовании акустических метаматериалов [64; 67; 77–79], можно показать их применимость для пространственно-частотных фильтров на ПАВ. Варьируя параметры метаматериалов, можно добиться пространственно-частотного разделения волн в широком диапазоне частот от килогерц до сотен мегагерц.

1.2.3 Нерегулярные магнитные структуры для устройств магنونной логики

Последние успехи в области использования спиновых волн для создания магنونных логических цепей [1–3; 6; 19; 20; 80] продемонстрировали возможность создания перспективного конкурента привычным электронным логическим цепям на базе КМОП-схемотехники. Использование магнонов вместо электронов, как носителей информации, обеспечивает некоторые существенные преимущества, а именно: малые потери, перестраиваемость, более высокий рабочий диапазон частот. Более того многие полупроводниковые интегральные технологии могут легко совмещаться с магنونными устройствами. Современные прототипы магنونных логических вентилях представляют собой системы из интерферометров спиновых волн [2; 4; 5; 21–24; 81; 82] (см. Рис. 4). В таком случае, сигнал закодирован амплитудой спиновой волны, бегущей в структуре, а управляя свойствами спиновых волн, бегущих в разных каналах, можно добиваться конструктивной или деструктивной интерференцией на выходе структуры, что будет означать логическую единицу или логический ноль соответственно. Соединяя несколько интерферометров в одну волноведущую систему можно

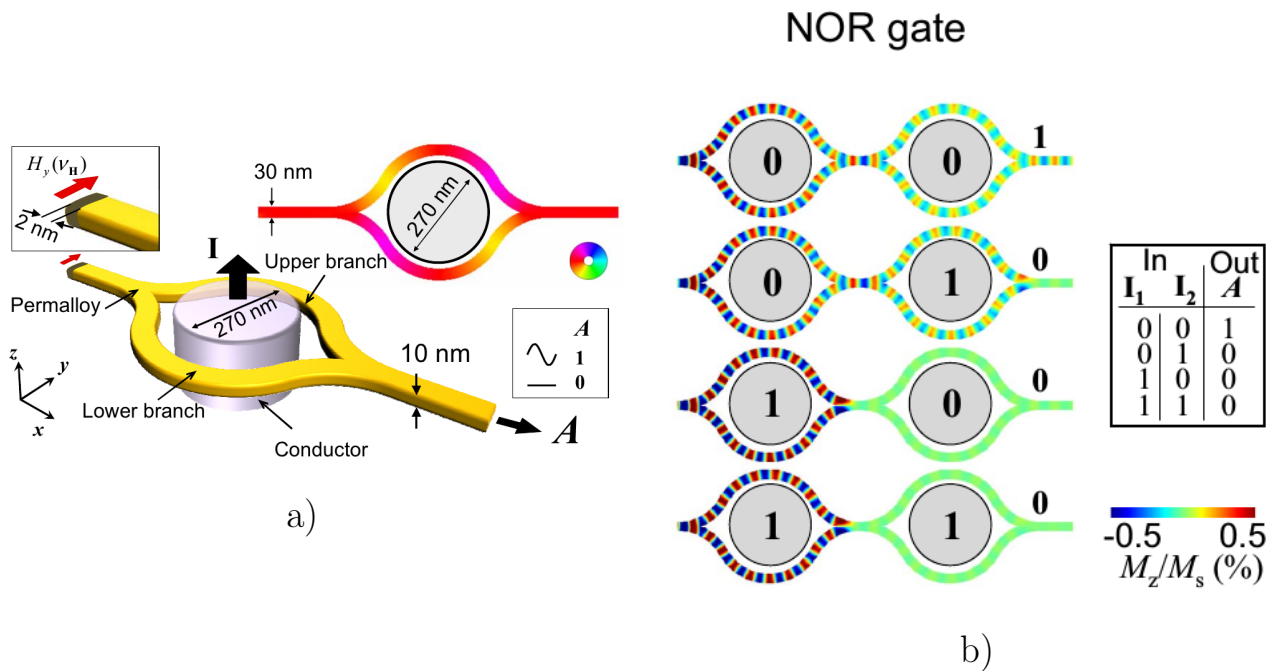


Рисунок 4 — а) Интерферометр Маха-Цендера на спиновых волнах, образованный раздвоенным нанопроводом из пермаллоя, и б) логический вентиль ИЛИ-НЕ [22]

создавать логические вентили. Управление интерференцией спиновых волн открывает новые перспективы спинволновой логической архитектуры. Однако, на данный момент не существует строгой и всеобъемлющей теории, описывающей распространение спиновых волн в таких структурах, особенно на наномасштабах, где вступают в силу эффекты размерности. Существует две основные сложности, которые нужно решить, чтобы продвинуться к созданию наноразмерной магнитной логики: пространственное квантование спиновых волн в наноразмерных волноводах и учет неоднородности волноведущей структуры. В данной диссертации, в Разд. 3.2 решены эти проблемы для случая ограниченных по ширине ферромагнитных волноводов, ширина которых плавно уменьшается вдоль направления распространения спиновых волн.

Первая теоретическая работа, посвященная слабому линейному изменению параметров магнитной волноведущей структуры, касалась линейного уменьшения толщины пленки железо-иттриевого граната в направлении распространения волн [83]. Экспериментальные исследования дисперсии и снижения потерь ПОМСВ в неоднородно намагниченной магнитной пленке отражены в [84]. Идея использования магнитной полоски уменьшающейся ширины, для экспериментальной демонстрации явления преобразования длин спиновых волн, была реализована в [85].

1.3 Методы математического моделирования

В последующих разделах данной главы будут кратко представлены методы математического моделирования периодических сред, которые были использованы при выполнении работ, результаты которых представлены в данной диссертации. Также будет описана методика решения задач о распространении поверхностных акустических волн и магнитостатических спиновых волн в волноведущих структурах с плавно меняющимися параметрами.

1.3.1 Методы моделирования периодических структур

1.3.1.1 Сравнения быстродействия основных методов

	FEM	FDTD	FDFD	FIT	TB	PWM	1D-MST	2D-MST	3D-MST
Origin	E.M.	E.M.	E.M.	E.M.	Q.M.	Q.M.	Q.M.	E.M.	both
Maxwell's equations	Freq.	Time	Freq.	Time	Freq.	Freq.	Freq.	Freq.	Freq.
Calculation	Num.	Num.	Num.	Num.	Num.	Num.	Analyt.	Analyt.	Analyt.
Geometries	3D	3D	3D	3D	2D/3D	3D	1D	Cyl.	Sphere
Discrete equations	X	X	X	X					
Expansion, series	X				X	X	X	X	X
Free space, finite PC	X	X		X			X	X	X
Infinite periodic PC	X	X	X	X		X	X	X	X
Band structure	X	X	X	X		X	X	X	X
Transmission/reflection	X	X	X	X			X	X	X
Metallic PC	X	X		X				X	X
Single defect in finite-PC	X	X		X			X	X	X
Periodic defect	X	X	X	X	X	X	X	X	X
computing speed	slow	med.	fast	fast	fast	med.	fast	fast	fast
data storage	large	low	low	low	low	low	low	low	low
commercial software	X	X				X			
Free software	X	X	X			X		X	X
Popular method in PC		X		X		X			

Рисунок 5 — Спецификация методов математического моделирования фотонных кристаллов [86]

На данный момент существует множество методов математического моделирования периодических сред. Изначально больше всего внимания уделялось исследованию фотонных кристаллов. На Рис. 5 приведена спецификация нескольких характерных методов математического моделирования фотонных кристаллов. Для метода конечных элементов (finite element method, FEM), метода конечных разностей во временной области (finite-difference time-domain, FDTD), метода конечных разностей в частотной области (finite-difference frequency-domain, FDFD), метода конечного интегрирования (finite integration technique, FIT), приближения сильной связи (tight binding, TB), метода разложения по плоским волнам (plane wave expansion, PWE), теории многократного рассеяния (multiple scattering theory, MST), приведены оценочные скорости работы методов, объемы занимаемой памяти, возможные геометрии структур и т.д.. Методы обладают своими преимуществами и недостатками, а значит, в зависимости от рассматриваемой задачи и имеющейся вычислительной базы, разумно выбирать наиболее подходящий метод.

1.3.1.2 Метод многократного рассеяния MST

Теория многократного рассеяния [87—91] это математический формализм, используемый для описания процесса распространения волн через ансамбль рассеивателей. Это может быть как распространение акустических волн через пористый материал, так и рассеяние света на каплях воды в облаках и отражение рентгеновского излучения от кристалла. Основное преимущество этого метода, это возможность разделения разнести отдельно индивидуальные свойства рассеивателей и периодичность решетки включений. Данный метод не накладывает никаких ограничений на контраст материальных параметров среды и включений. Однако, особенностью метода является необходимость вычисления в явном виде аналитического вида волн, рассеянных на включениях, что сильно сужает область применимости метода, фактически ограничивая вид включений только сферическими и цилиндрическими, а матрица должна быть изотропной средой. Теория многократного рассеяния применялась при рассмотрении задачи о распространении ПОМСВ в двумерном магнетонном кристалле, представ-

ляющем собой массив цилиндрических включений в ферромагнитной пленке, расположенный в узлах двумерной квадратной решетки (см. Разд. 2.1).

Другим методом, основанным на теории рассеяния, является приближение когерентного потенциала (coherent potential approximation, CPA) [65; 92], которое позволяет ввести понятие эффективной среды. С помощью этого метода можно заменить сложную композитную среду на некоторую эффективно однородную, параметры которой будут соответствовать эффективным материальным параметрам композита. Таким образом этот метод позволяет вычислить не только дисперсию волн в среде, но и зависимость эффективных материальных параметров от частоты. Кроме того, можно также учесть и диссипационные потери материалов. Однако, опять же геометрия рассматриваемых включений ограничена. Приближение когерентного потенциала используется в Разд. 3.1 для вычисления материальных параметров акустического метаматериала, состоящего из набора длинных цилиндрических включений в упругой матрице.

1.3.1.3 Метод разложения по плоским волнам PWE

Метод разложения по плоским волнам (PWE) является прямым аналогом метода слабой связи электронной теории твердого тела [93–96]. Это один из самых популярных методов расчета зонной структуры фононных кристаллов благодаря легкости программной реализации и хорошей сходимости. С другой стороны, с помощью этого метода может быть рассчитана только строго периодическая структура. Также резко ухудшается сходимость метода при росте контраста материальных параметров периодических сред.

В рамках данного метода, рассматривая среду с периодически модулированными материальными параметрами, можно представить поле волны в виде суперпозиции плоских волн - блоховских гармоник с множителями в виде функций период которых совпадает с периодом структуры. Обычно эти функции выбираются в виде собственных мод однородного волновода. Материальные параметры тоже раскладываются в ряд, а коэффициенты ищутся из интегралов Фурье по ячейке. Зная аналитический вид формы ячейки и включений, можно рассматривать сколь угодно сложные геометрии, просто увеличивая число гармоник в разложении для компенсации ухудшения сходимости. Дисперсионное

соотношение ищется из выполнения граничных условий, что в данном случае выглядит как решение задачи на собственные значения.

В данной диссертации метод плоских волн реализован в Разд. 2.2 для исследования распространения ПМСВ в одномерных магнотных кристаллах различных видов.

1.3.1.4 Метод конечным элементов FEM

Метод конечных элементов [97; 98] (FEM) является полностью численным методом. Его достоинством является универсальность, позволяющая вычислять дисперсию волн в структурах со сложной геометрией, нелинейными и анизотропными элементами, не поддающимся аналитическому рассмотрению. Существует много программных пакетов, в которых реализован FEM, в том числе и свободно распространяемые. Например, микромагнитное моделирование с помощью FEM можно проводить с помощью пакетов NMag [99], TetraMag [100], MagPar [101], FastMag [102]. В целом, FEM предоставляет большую гибкость в плане исследуемых геометрий, чем другие численные методы, за счет более слабой производительности.

В данной диссертации для вычисления поля размагничивание вблизи включений в двумерном магнотном кристалле (см. Разд. 2.1) использовался пакет NMag. В рамках данного метода вся исследуемая структура разбивается на сетку элементов (кубики или, как в случае пакета NMag, тетраэдры), каждый элемент считается монодоменным состоянием и дальше решается задача о динамике этих магнитных моментов взаимодействующих друг с другом.

1.3.2 Методы моделирования нерегулярных структур

При изучении распространения волн в неоднородных волноводах часто возникает необходимость решить уравнение движения, дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами. Один из возможных способов решения таких уравнений это метод Вентцеля-Крамерса-Бриллюэна

(WKВ) [103–105]. Этот метод заключается в численном решении дифференциального уравнения, описывающего поле волны в неоднородной среде, методом последовательных приближений, при учете, что волновое число k меняется медленно при распространении на расстояния порядка длины волны. В разделе Разд. 3.1 рассматривается распространение поверхностных акустических волн Лява [106] с быстро меняющимися волновыми числами, особенно вблизи критических сечений, где поверхностная волна преобразовывается в объемную моду. В Разд. 3.2 рассматривается распространение ПМСВ в ферромагнитных волноводах переменного сечения, где тоже не выполняется условие медленности изменения волнового числа. Следовательно, точное решение этих задач методом WKВ будет неэффективным из-за слабой сходимости. Другим недостатком метода WKВ является то, что в итоге получается полное поле акустических или спиновых волн, из которого невозможно вычленивать распределение энергии между модами волн, распространяющихся в волноводе.

Другими возможными численными методами являются методы FDTD [107] и FEM [108]. Как уже описывалось ранее, они также являются довольно мощными численными методами, но они не предоставляют ясную физическую картину преобразования мод.

Для того, чтобы исследовать распространение волн в нерегулярных волноводящих структурах была разработана теория на базе метода Галеркина [109–113]. Этот метод заключается в решении уравнения движения с граничными условиями в базисе полного набора ортогональных функций волновода, которыми являются распространяющиеся моды волн данного волновода. Решение получается в виде разложения по ортогональному базису, что автоматически предоставляет распределение энергии между модами.

Глава 2. Распространение магнитостатических спиновых волн в периодических магнитных структурах

2.1 Магнитостатические спиновые волны в двумерных магнетонных кристаллах

2.1.1 Двумерный магнетонный кристалл

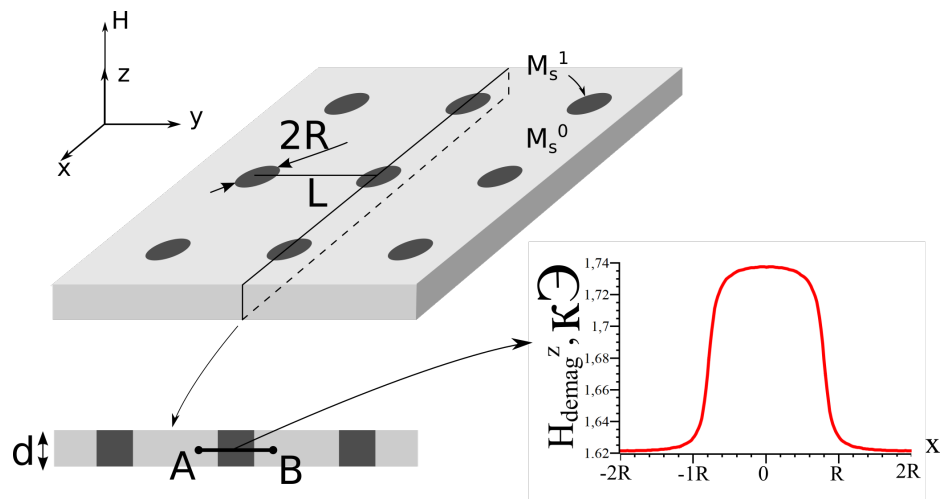


Рисунок 6 — Рассматриваемый двумерный магнетонный кристалл и неоднородность поля размагничивания вблизи включений

В данном разделе рассматривается распространение прямых объемных магнитостатических спиновых волн (ПОМСВ) (см. Разд. 1.1.2) в двумерном магнетонном кристалле (см. Разд. 1.2.1). Хотя характер распространения ПОМСВ в нормально намагниченной ферромагнитной пленке изотропен, так как их свойства не зависят от направления распространения, при рассеянии на неоднородности волны будут не просто менять направление распространения. Благодаря гиротропным свойствам ферромагнитной среды, при рассеянии ПОМСВ будет формироваться асимметричная геликоидальная волна [114], подобно случаю распространения электромагнитных волн в магнито-фотонных кристаллах [90; 91; 115]. Таким образом ожидается, что вблизи неоднородностей будут формироваться поверхностные краевые моды как и для электромагнитных волн

в магнито-фотонных кристаллах [91; 116; 117], и для других типов магнотных кристаллов [118].

Мы рассматриваем ферромагнитную пленку (матрицу) толщины d и намагниченности насыщения $4\pi M_s^0$ с цилиндрическими включениями другого ферромагнитного материала той же толщины и с намагниченностью насыщения $4\pi M_s^1$ (см. Рис. 6). Включения расположены в узлах квадратной решетки с периодом L . Внешнее однородное магнитное поле \vec{H}_{ext} приложено нормально к поверхности пленки, вдоль оси Oz , определяя распространение ПОМСВ. Пренебрегая кристаллической и поверхностной анизотропией а также обменными эффектами, эффективное поле внутри пленки может быть записано в виде:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_{\text{ext}} - \vec{H}_{\text{dm}}(\vec{r}), \quad (2.1)$$

где $\vec{H}_{\text{dm}}(\vec{r})$ это поле размагничивания, учет которого требует специального исследования.

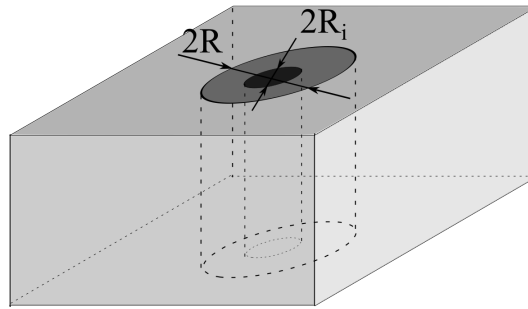


Рисунок 7 — Двусоставное включение в магнотном кристалле

Также был рассмотрен двумерный магнотный кристалл с включениями более сложного вида (см. Рис. 7). Это двусоставное цилиндрическое включение, где ядро - это немагнитный металл, а обложка - это диэлектрический ферромагнетик. Для простоты металл рассматривался как идеальный проводник. Небольшое количество идеально проводящего металла не сильно влияет на поле размагничивания, однако существенно влияет на высокочастотные динамические компоненты намагниченности, так как нормальные компоненты вектора индукции на поверхности идеального проводника должны исчезать, для соблюдения граничных условий.

2.1.2 Микромагнитное моделирование

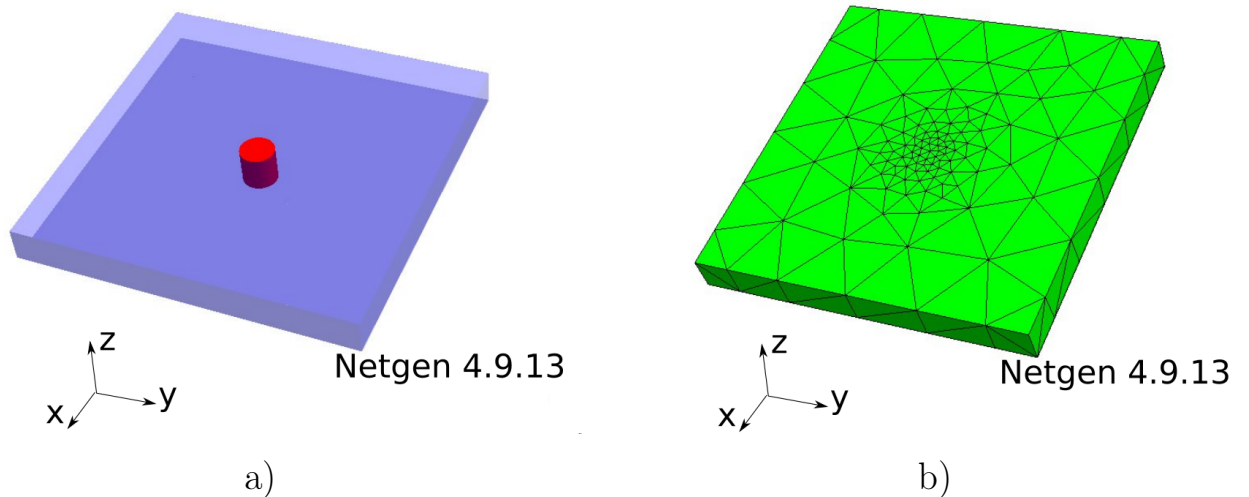


Рисунок 8 — а) Задание геометрии структуры для микромагнитного моделирования в генераторе сетки Netgen и б) разбиение структуры на сетку тетраэдров

В общем случае, поле размагничивания в магнитных структурах имеет сложный вид. Появляется оно даже в однородных структурах, ограниченных по размерам. В частных случаях, когда рассматривается, например, ферромагнитный эллипсоид, известен аналитический вид тензора размагничивания [25]. Существуют численные способы расчета поля размагничивания в периодических структурах на основе метода Фурье [26]. В данной же работе использовался пакет численного моделирования Nmag [99], основанный на методе конечных элементов, и вспомогательный генератор сетки Netgen [119]. Сначала задается геометрия структуры, моделирование которой нужно произвести. Нами было рассмотрено цилиндрическое включение в пленке (см. Рис. 8 а). Далее эта геометрия в генераторе сетки разбивается на набор тетраэдров. Чем выше точность моделирования необходима, тем на все более мелкие тетраэдры производится разбиение структуры, также мелкость разбиения повышается вблизи неоднородностей структуры, искривлений и т.д. С ростом числа тетраэдров растет число граничных условий, которые необходимо сшить, размеры расчетных матриц, а значит и значительно увеличивается время расчета структуры. Например, для работы производился расчет структуры с разбиением на 100000 элементов, при

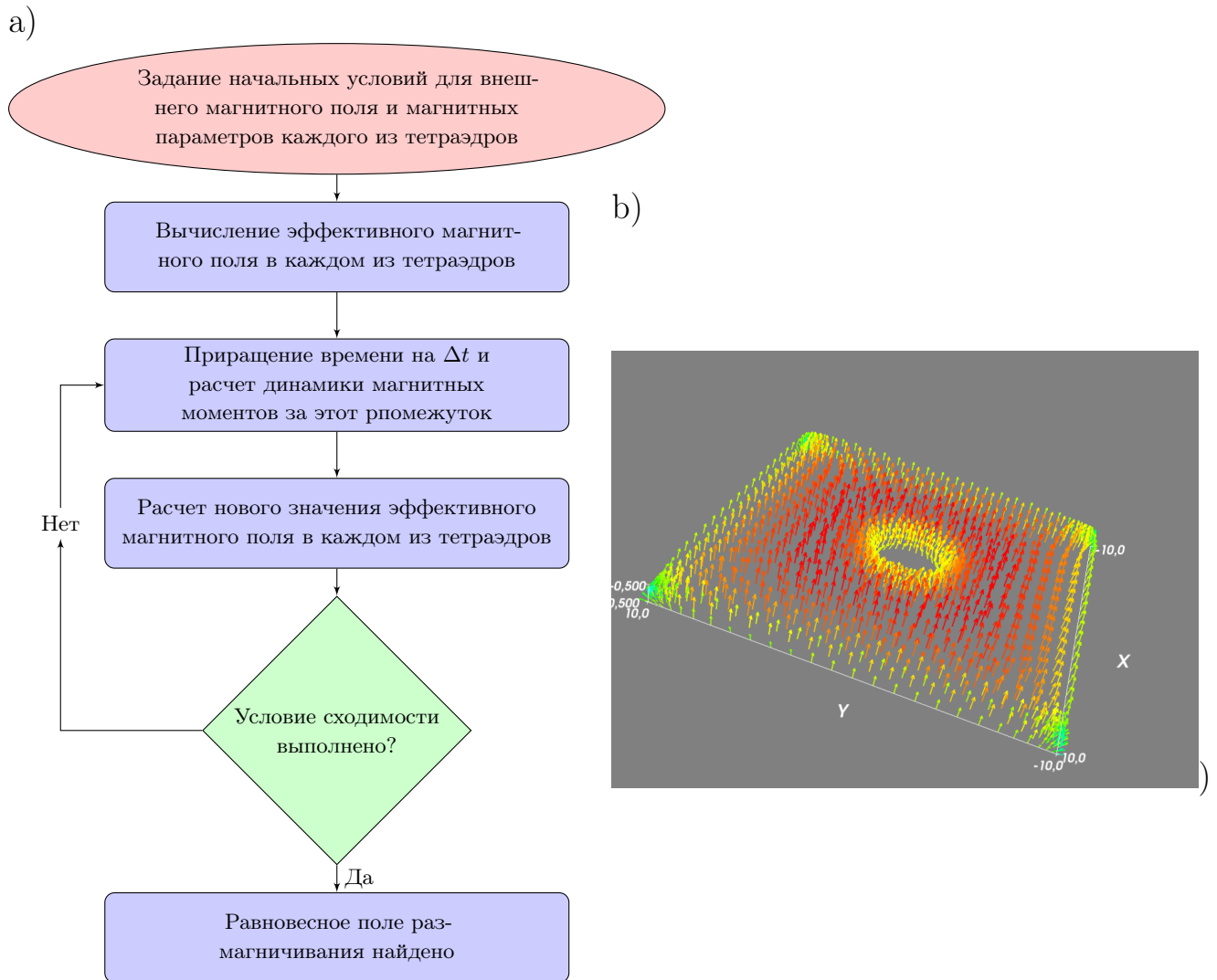


Рисунок 9 — а) Алгоритм работы метода микромагнитного моделирования и б) распределение поля размагничивания вдоль участка неоднородной структуры с цилиндрическим отверстием

этом время расчета статической картины поля размагничивания занимал на сервере с восьмиядерным процессором около часа.

После того, как в генераторе сетки Netgen создано разбиение структуры, оно вместе с магнитными параметрами структуры (намагниченности насыщения, константы затухания и т.д.) передаются в пакет микромагнитного моделирования Nmag. Кратко алгоритм работы пакета для безобменного случая представлен на Рис. 9 а). На Рис. 9 б) представлен результат расчета поля размагничивания вокруг цилиндрического отверстия в матрице. Из этой картинки можно сделать вывод, что в планарных магнитных структурах неоднородность поля размагничивания существенным образом меняется вблизи неоднородности в областях размером порядка толщины пленки. Например при приближении границы раздела матрицы с цилиндрическим отверстием поле размагничива-

ние внутри пленки уменьшается в два раза. Также появляется радиальная компонента поля размагничивания, однако при выборе достаточно большого внешнего магнитного поля \vec{H}_{ext} , радиальный вклад поля размагничивания $\vec{H}_{\text{dm}}(\vec{r})$ в результирующее эффективное поле $\vec{H}(\vec{r})$ оказывается малым.

Таким же образом рассчитывается распределение поля размагничивания в матрице с ферромагнитным включением и в матрице с двусоставным ферромагнитным включением. Распределение поля размагничивания вблизи ферромагнитного включения показано на Рис. 6.

2.1.3 Применение метода многократного рассеяния к двумерным магнанным кристаллам

После того, как нами были получены полные данные о пространственном распределении магнитных параметров вдоль магнного кристалла, можно приступать к построению математической модели, описывающей распространение ПОМСВ в двумерном магнном кристалле. Рассмотрим применение метода многократного рассеяния (см. Разд. 1.3.1.2) для магнитостатики.

Так как включения цилиндрические, то удобно рассматривать задачу рассеяния на них в цилиндрической системе координат (r, φ) . Магнитостатический потенциал будет записан в виде [120; 121]:

$$\Psi(r, \varphi, t) = f(\vec{k}_r \vec{r}) e^{im\varphi} e^{ik_z z} e^{i\omega t}, \quad (2.2)$$

где k_z - это нормальная компонента волнового вектора, m это номер цилиндрической гармоники, k_r - находится подстановкой (2.2) в уравнение Уокера (см. Разд. 1.1.1): $k_r = \sqrt{-1/\mu_0} \times k_z$.

Так как мы рассматриваем большие длины волн чем толщина пленки, то можно предположить, что только нулевая мода ПОМСВ будет возбуждаться в магнном кристалле. ПОМСВ существуют в следующем частотном диапазоне: ω_H and $\omega_0 = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_H \omega_M}$. Для ферромагнетиков с разными намагниченностями насыщения величины этих частот не совпадают, следовательно ПОМСВ могут распространяться одновременно и в матрице и во включениях только в строго определенном диапазоне частот:

$$\omega \in [\max(\omega_H^i), \min(\omega_0^i)], \quad (2.3)$$

где индекс $i = 0, 1$ обозначает значение в матрице и во включениях соответственно. Случай распространения спиновых волн только во включениях [120; 122; 123] и только в матрице [123–125] были изучены ранее.

Для выполнения граничных условий нужно совпадение нормальной компоненты вектора магнитной индукции и тангенциальной компоненты напряженности магнитного поля на границах между матрицей и включениями:

$$b_r = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \left[\mu_0 k_r C'_m(k_r r) - \mu_a \frac{m}{r} C_m(k_r r) \right] e^{im\varphi}, \quad (2.4)$$

$$h_\varphi = \frac{i}{r} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_m \times m \times C_m(k_r r) e^{im\varphi}, \quad (2.5)$$

где C_m это функции Бесселя или Ганкеля, X_m обозначает A_m и B_m для падающего и рассеяного поля соответственно. Полагая, что толщина пленки мала по отношению к радиусу включений [26], можно приравнять цилиндрические гармоники в (2.4) и (2.5) независимо и вычислить k_z из условия равенства полей на поверхности для ПОМСВ [25].

Вводим матрицу рассеяния T_{lm} которая связывает амплитуды падающего и рассеяного поля [92]. В данном случае она определена следующим образом: $B_m = T_{lm} \times A_l$. После некоторых преобразований получаем:

$$T_{lm} = \delta_{lm} \times \frac{J_m(k_r^1 R) \times \left[\mu_0^0 k_r^0 J'_m(k_r^0 R) - \mu_a^0 \frac{m}{r} J_m(k_r^0 R) \right] - J_m(k_r^0 R) \times \left[\mu_0^1 k_r^1 J'_m(k_r^1 R) - \mu_a^1 \frac{m}{r} J_m(k_r^1 R) \right]}{J_m(k_r^1 R) \times \left[\mu_0^0 k_r^0 H'_m(k_r^0 R) - \mu_a^0 \frac{m}{r} H_m(k_r^0 R) \right] - H_m(k_r^0 R) \times \left[\mu_0^1 k_r^1 J'_m(k_r^1 R) - \mu_a^1 \frac{m}{r} J_m(k_r^1 R) \right]}. \quad (2.6)$$

Как можно видеть из (2.6), в отличие от изотропного случая T -матрица не взаимна: $T_{mm} \neq T_{-m-m}$. Подобный эффект встречается при рассеянии электромагнитной волны на магнитофотонном кристалле [90; 91; 117] или ферромагнитных цилиндрах [25].

Нахождение собственных мод спиновых волн в магнотонном кристалле сводится к решению секулярного уравнения [87]:

$$\det \left| I - T_{lm}(k_r^0, k_r^1) \times G_{l-m}(\vec{K}, k_r^0) \right| = 0, \quad (2.7)$$

где I это единичная матрица, \vec{K} это блоховский волновой вектор, G_{l-m} это квазипериодическая функция Грина решетки [87; 126]:

$$G_n(k, \vec{K}) = \sum_{j \neq 0} H_n(k|r_j|) e^{in\varphi_j} e^{i\vec{K} \times \vec{r}_j}, \quad (2.8)$$

где \vec{r}_j это вектор решетки, φ_j угол направления на j -ый узел решетки, суммирование производится по всем узлам решетки. Сумма в (2.8) сходится слабо, поэтому для ускорения вычислений была применена методика, описанная в [126].

2.1.4 Результаты моделирования

Для получения дальнейших результатов необходимо задать конкретные параметры магнетонного кристалла: намагниченность насыщения матрицы и включений $4\pi M_s^0 = 1620$ Э, $4\pi M_s^1 = 1750$ Э, радиус включений $R = 1$ мкм, толщина пленки $d = 100$ нм. В качестве решетки была выбрана квадратная с периодом $L = 5$ мкм (см. Рис. 6). Магнитный контраст в ферромагнетике может быть получен, например, при допировании ЖИГа [127; 128].

2.1.4.1 Дисперсия ПОМСВ в двумерных магнетонных кристаллах

На Рис. 10 построена зонная структура магнетонного кристалла. Для удобства вводятся нормированные частоты $\Omega = \omega/\omega_H - 1$, где $\omega_H = \max(\omega_H^{0,1})$. В отличие от фотонных и фононных кристаллов нижняя частота дисперсионных кривых не соответствует нулевому волновому числу в зоне Бриллюэна [32; 97]. Это обусловлено тем, что ПОМСВ существует в ограниченной области частот (2.3). Зонная структура состоит из брэгговских запрещенных зон и запрещенных зон, образованных локальными резонансами. Последние соответствуют резонансному условию в (2.6). Зонная структура магнетонного кристалла с двусоставным включением изображена на Рис. 11. Для этого был выбран следующий радиус ядра включений $R_i = 0.3$ мкм.

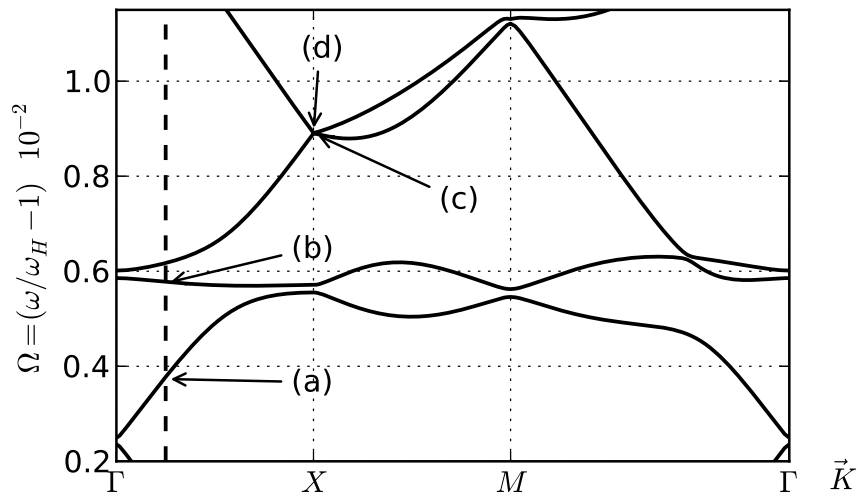


Рисунок 10 — Дисперсия прямых объемных магнитостатических спиновых волн в двумерном магнонном кристалле с ферромагнитными включениями

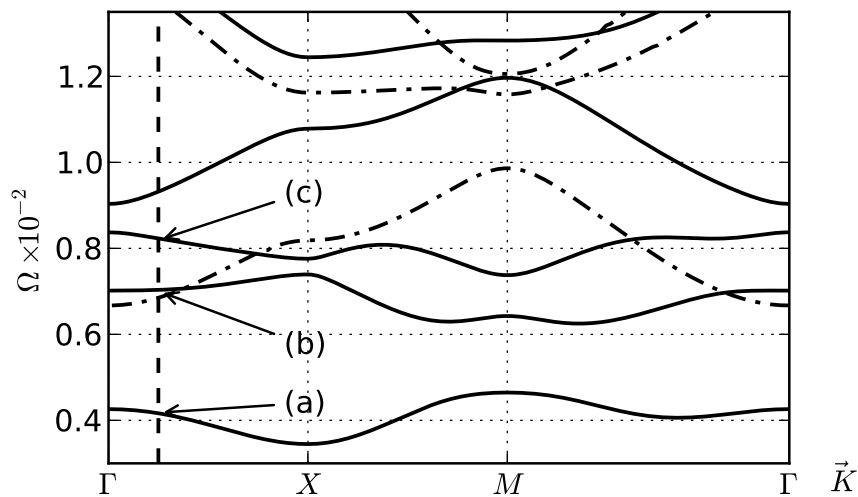


Рисунок 11 — Дисперсия прямых объемных магнитостатических спиновых волн в двумерном магнонном кристалле с двусоставными включениями (сплошная линия) и идеально проводящими металлическими включениями (штрихпунктирная линия)

2.1.4.2 Возникновение краевых состояний в двумерном магнонном кристалле

Для того чтобы определить свойства различных мод, существующих в магнонном кристалле, построим распределения действительной компоненты магни-

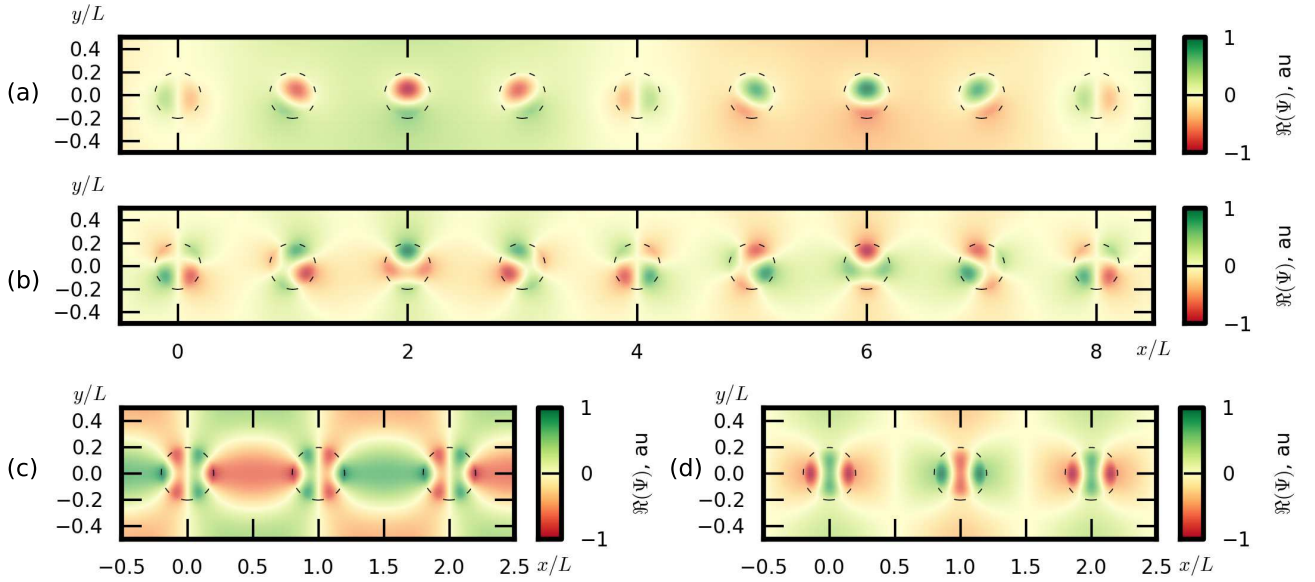


Рисунок 12 — Распределение действительной компоненты

магнитостатического потенциала спиновой волны, распространяющейся вдоль магнетонного кристалла с ферромагнитными включениями, с волновым числом и частотой соответствующим точкам a, b, c и d дисперсии на Рис. 10

магнитостатического потенциала ($\Re(\Psi)$). Распределение строится для определенных точек в пространстве (\vec{K}, Ω) (обозначим их как $(a), \dots, (d)$) и построим на Рис. 12.

В точке (a) частота расположена относительно далеко как от локальных так и брэгговских резонансов. Однако распределение поля не симметрично из-за невязности рассеянного поля (2.6). При росте частоты вплоть до точки (b) поле имеет явную квадрупольную природу, так как частоты близки к частоте квадрупольного резонанса. Также видно, что поле сильнее сконцентрировано вблизи включений, чем в матрице, следовательно дисперсионные свойства этой моды сильнее определяются свойствами включений. Слабое взаимодействие между рассеивателями приводит к маленькой групповой скорости (пологие дисперсионные кривые). Следовательно распространение ПОМСВ в двумерном магнетонном кристалле представляет собой передачу энергии между матрицей и включениями. Волна вблизи включений возбуждается в виде краевых вращательных магнонов, чей энергетический максимум расположен на границе между матрицей и включением. Направление вращения магнона определяется направлением внешнего магнитного поля. При обращении последнего, направление вращения краевых магнонов изменится на противоположное. Возникновение таких невязных краевых магнонов возможно только при распространении ПОМСВ в ферромагнитной пленке с неоднородностями, благодаря невязности процес-

са рассеяния. Далее рассмотрим точки (c) и (d). Они соответствуют верхней и нижней границе брэгговской запрещенной зоны. Здесь поле имеет симметричное распределение, что является следствием теоремы Блоха: в точках высокой симметрии зоны Бриллюэна нет прямых и обратных направлений, так как волна стоячая, следовательно нет направлений "вправо" и "влево" и распределение поля симметрично, несмотря на гиротропию среды.

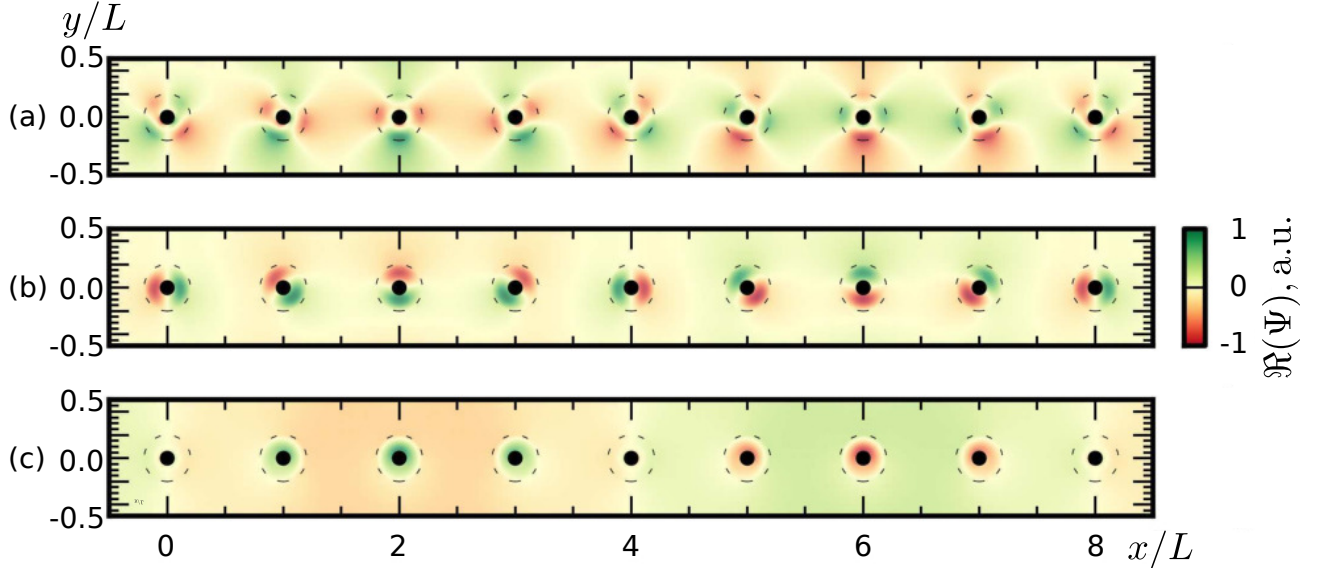


Рисунок 13 — Распределение действительной компоненты магнитоэлектрического потенциала спиновой волны, распространяющейся вдоль магнетонного кристалла с двусоставными включениями, с волновым числом и частотой соответствующим точкам a, b, c дисперсии на Рис. 11

Другим важным свойством локализованных мод является возможность не только запрещать распространение в разрешенных зонах, но и обеспечивать возможность распространения в запрещенных зонах, подобно появлению дефектных мод в запрещенных зонах магнетонного кристалла [129]. Это можно продемонстрировать для случая двусоставных включений в магнетонном кристалле. Для конкретных точек (a), (b), (c) на Рис. 11 построены распределения магнитоэлектрического потенциала (см. Рис. 13). наличие идеально проводящих немагнитных металлических цилиндров обеспечивает возможность существования плазмонной низкочастотной запрещенной зоны, подобно запрещенным зонам для ТМ мод в фотонных кристаллах [88]. Низшая мода это первая блоховская мода, так как поле в точке (a) повторяет поле плоской волны. Следующие две моды это моды локальных резонансов. Эти моды привязаны к ферромагнитному слою между идеально проводящим металлом и матрицей - точки (b)

и (с). Эти захваченные моды являются стоячими вращательными волнами во включениях. Так как возбуждения в соседних включениях связаны, то обеспечивается распространение ПОМСВ в таком композитном магнетонном кристалле. Для сравнения зонная структура для магнетонного кристалла с идеально проводящими металлическими включениями без ферромагнитной оболочки показана на Рис. 11 штрихпунктирной линией. Нормализованная частота вычислена тем же способом, что и для бикомпонентного магнетонного кристалла, но ее значения отличаются благодаря другим полям размагничивания. При сравнении двух зонных структур видно, что добавление ферромагнитной оболочки существенно меняет зонную структуру, так как первая блоховская мода гибридизуется с модами локального резонанса, что обеспечивает дополнительные разрешенные состояния.

2.2 Распространение магнитоэлектрических спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах

В данном разделе теоретически исследуется распространение спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах. Чтобы избежать терминологической путаницы, в данном разделе будет использоваться аббревиатура ПМСВ (поверхностные магнитоэлектрические спиновые волны) для описания спиновых волн, распространяющихся в тангенциально намагниченной ферромагнитной пленке с произвольными границами (с металлизацией или нет), в особом случае, описанном в [130], когда граничные условия на обеих поверхностях пленки симметричны (неметализированы), будет использоваться название мода Деймона-Эшбаха (МДЭ), и, наконец, спиновые волны в магнетонных кристаллах будут называться краевыми модами (КМ). В последующих разделах будет показано, что КМ в одномерных магнетонных кристаллах представляют собой суперпозицию нескольких спиновых волн с различными волновыми числами, распространяющихся в противоположных направлениях, и локализованных вблизи обеих поверхностей магнетонных кристаллов.

2.2.1 Различные виды рассматриваемых магнетонных кристаллов

В данной работе рассматривается распространение КМ спиновых волн в трех типах магнетонных кристаллов, а именно: в двух типах бикомпонентных магнетонных кристаллов, представляющих собой чередующиеся полосы различных ферромагнетиков со свободной и металлизированной верхней границей (см. Рис. 14 а) и б) соответственно), и в магнетонном кристалле образованном микроструктурированием верхней поверхности ферромагнитной пленки (см. Рис. 14 с)). Бикомпонентные магнетонные кристаллы могут быть выполнены из железо-иттриевого граната (ЖИГ) со слегка различающимися намагниченностями насыщения ($4\pi M_{s1}$ и $4\pi M_{s2}$). Во всех случаях рассматривается ферромагнетика намагниченные до насыщения внешним магнитным полем \vec{H}_{ext} приложенным в плоскости пленки, перпендикулярно направлению распространения волн. Пренебрегая кристаллической и поверхностной анизотропией,

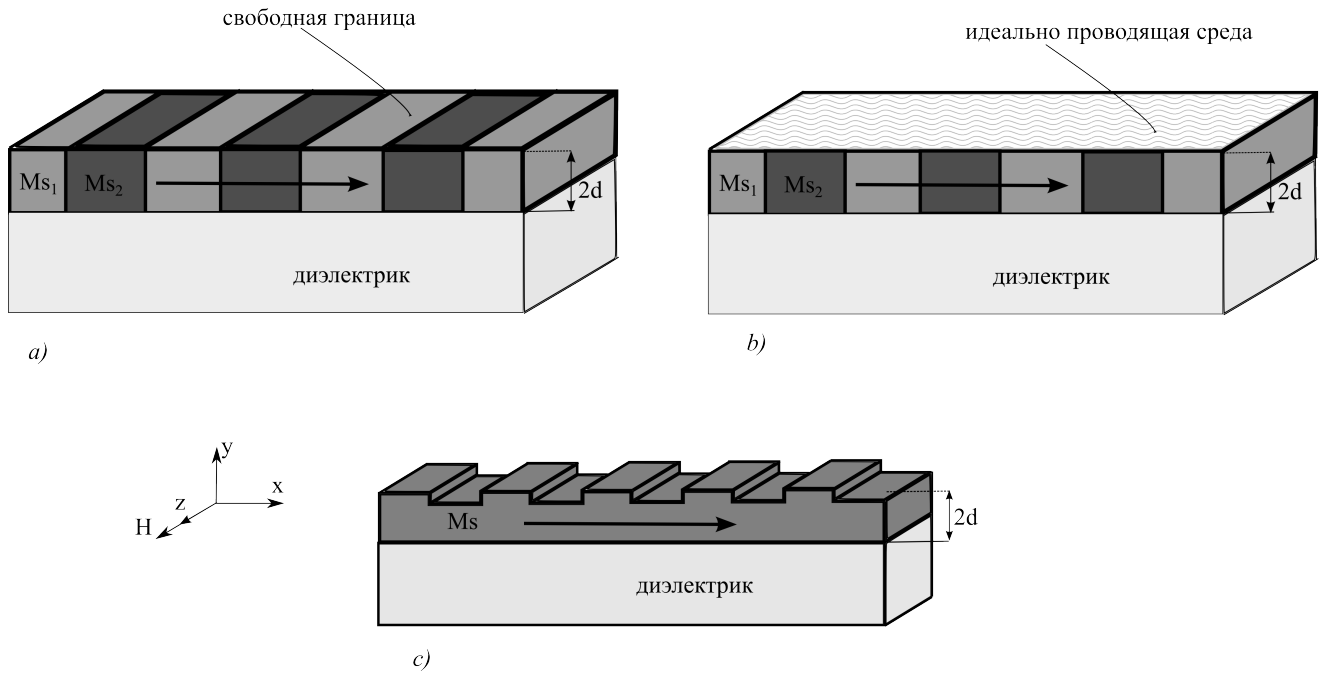


Рисунок 14 — Рассматриваемые виды 1D магнонных кристаллов:
 а) бикомпонентный, б) бикомпонентный с металлизацией верхней поверхности, с) образованный микроструктурированием верхней поверхности

а также обменными эффектами можно записать полное эффективное поле в магнонном кристалле как $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_{\text{ext}} - \vec{H}_{\text{dm}}(\vec{r})$, где $\vec{H}_{\text{dm}}(\vec{r})$ это поле размагничивания. Но в геометрии, изображенной на Рис. 14, рассматриваются длинные в направлении z полоски ферромагнетика, фактически эффективно бесконечные, так что полем размагничивания можно также пренебречь [25].

2.2.2 Применение метода разложения по плоским волнам к одномерному магнонному кристаллу

Применение метода плоских волн к рассматриваемым структурам подобно тому, как это делается в случае моделирования распространения акустических волн в фоновых кристаллах [96]. Кратко алгоритм работы метода показан на Рис. 15. Для определенности, подробное описание метода в тексте диссертации приводится для случая магнонного кристалла, показанного на Рис. 14 а).

Начиная со стандартных приближений магнитостатики, описанных в Разд. 1.1.1, нужно учесть что теперь компоненты тензора μ являются переменными в пространстве. С учетом этого, при подстановке тензора μ в

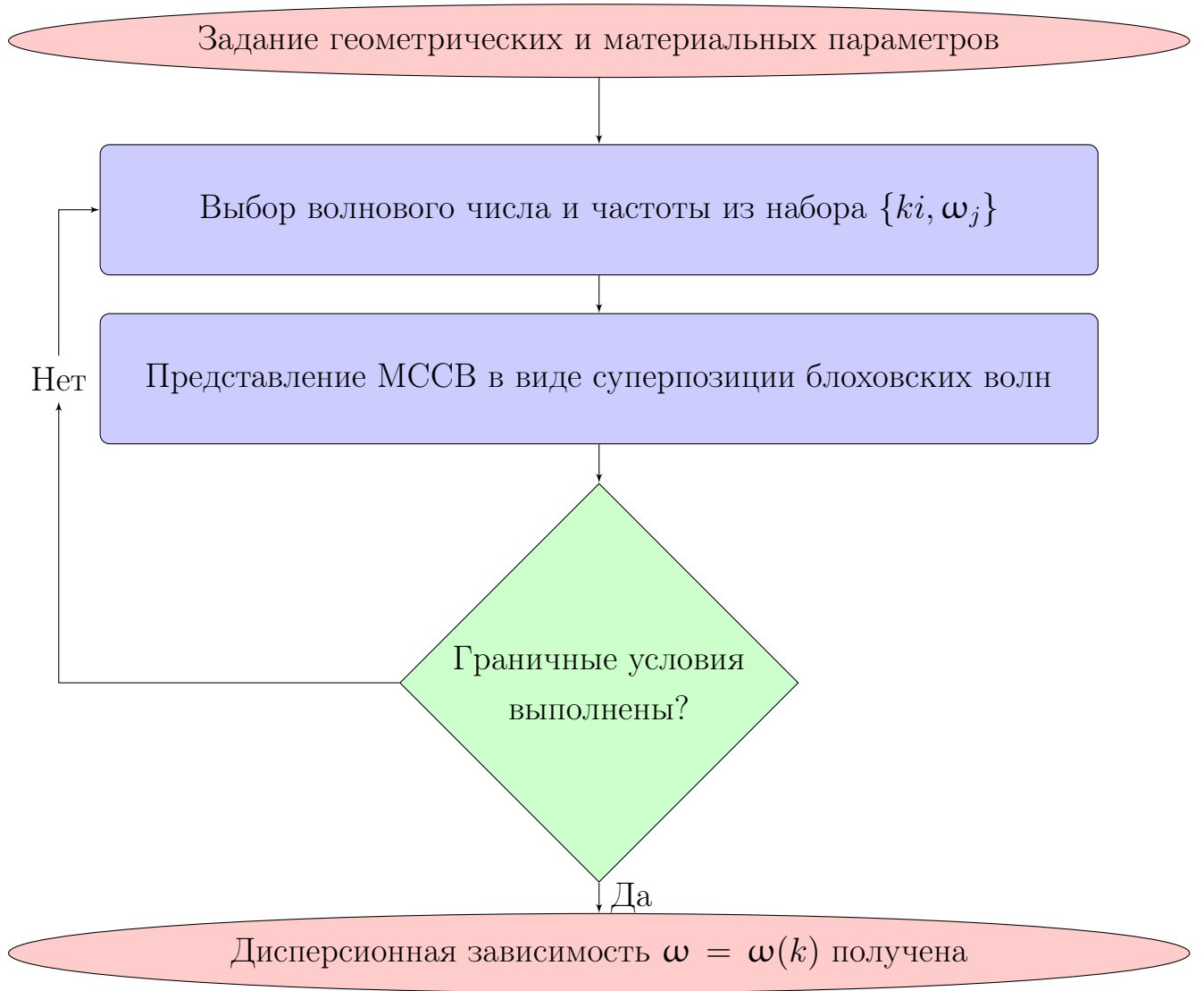


Рисунок 15 — Алгоритм работы метода плоских волн PWE

уравнения Максвелла, получаем более сложное уравнение на магнитоэлектрический потенциал, чем уравнение Уокера, применимое для однородных сред:

$$\mu(\partial_{xx}^2 + \partial_{yy}^2)\varphi(x,y) + \partial_x\mu\partial_x\varphi(x,y) + i\partial_x\eta\partial_y\varphi(x,y) = 0 \quad (2.9)$$

Так как намагниченность насыщения теперь периодическая функция, то решение уравнения (2.9) согласно теореме Блоха-Флоке [131] может быть найдено в следующей форме:

$$\varphi(x,y) = \sum_p \Phi_p(y)e^{i(k+b_p)x} = \sum_p \Phi_p(y)e^{i(k_p)x} \quad (2.10)$$

где k это блоховское волновое число, $b_p = \frac{2\pi p}{a}$ это p -ый вектор обратной решетки, a это длина ячейки, $k_p = k + b_p = k + \frac{2\pi p}{a}$. Тензор магнитной проницаемости тоже раскладывается в ряд:

$$\begin{aligned}\mu(x) &= \sum_p M_p e^{ib_p x} \\ \eta(x) &= \sum_p N_p e^{ib_p x}\end{aligned}\tag{2.11}$$

где коэффициенты $M(p)$, $M_a(p)$ находятся из:

$$\begin{aligned}M_p &= \frac{1}{a} \int_0^a \mu(x) e^{-ib_p x} dx \\ N_p &= \frac{1}{a} \int_0^a \eta(x) e^{-ib_p x} dx\end{aligned}\tag{2.12}$$

Подставляя разложение (2.10) и (2.11) в уравнение (2.9) получаем:

$$\sum_p \sum_n [M_p(-k_n^2 - b_p k_n + \partial_{yy}^2) + N_p b_p \partial_y] \Phi_n(y) e^{ik_{n+p}x} = 0\tag{2.13}$$

Уравнение верно для каждого члена $e^{ik_m x}$. Значит, после переобозначения $n + p = m$ оно может быть переписано для каждого фиксированного m в виде:

$$\sum_n [M_{m-n}(-k_n^2 - b_{m-n} k_n + \partial_{yy}^2) + N_{m-n} b_{m-n} \partial_y] \Phi_n(y) = 0\tag{2.14}$$

Вид функций $\Phi_n(y)$ все еще неизвестен. Кажется разумным выбрать пробные функции похожими (но не точно такими же) на МДЭ. В геометрии Деймона-Эшбаха уравнение (2.9) сводится к стандартному уравнению Уокера:

$$\mu(\partial_{xx}^2 + \partial_{yy}^2)\varphi(x, y) = 0\tag{2.15}$$

Как известно из [110; 111] задача распространения в неоднородном волноводе может быть решена точно только при рассмотрении всех собственных мод волновода, включая и нераспространяющиеся [132]. При этом предположении, применяя корректные граничные условия к уравнению (2.15) мы получаем полное дисперсионное уравнение [133; 134]:

$$e^{4d\nu k_{\pm}} = \frac{(\mu + 1)^2 - \eta^2}{(\mu - 1)^2 - \eta^2}\tag{2.16}$$

где ν обозначает направление распространения ($(\nu = 1$ соответствует моде волны, распространяющейся вдоль оси Ox), k_{\pm} это волновое число ПМСВ:

$$k_{\pm}(\omega, n) = \nu k(\omega) + \frac{\pi n i}{2d}, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\tag{2.17}$$

Случай $n = 0$ соответствует МДЭ. Профиль поля МДЭ имеет следующий вид [27]:

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0(e^{kd} + p(\nu))e^{-ky+i\nu kx}, & d < y, \\ \varphi_0(e^{ky} + p(\nu)e^{-ky})e^{i\nu kx}, & -d < y < d, \\ \varphi_0(1 + p(\nu)e^{kd})e^{ky+i\nu kx}, & y < -d. \end{cases} \quad (2.18)$$

где $p(\nu)$ это коэффициент смещения поля:

$$p(\nu) = \frac{\mu - 1 - \nu\eta}{\mu + 1 + \eta} e^{-kd} \quad (2.19)$$

Профиль поля МДЭ зависит от направления распространения, в то время как дисперсионное уравнение не зависит:

$$\omega^2 = (\omega_H + \omega_M/2)^2 - (\omega_M/2)^2 e^{-2kd} \quad (2.20)$$

Граничные частоты МДЭ могут быть найдены из (2.20), при выборе условия $k = 0, k \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \omega_{min} &= \omega(0) = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}, \\ \omega_{max} &= \omega(\infty) = \omega_H + \omega_M/2. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Набор решений уравнения (2.15) с $n \neq 0$ соответствует модам со следующим распределением поля внутри ферромагнитной пленки $\varphi = (Ae^{ik_{\pm}y} + Be^{-ik_{\pm}y})e^{\pm kx}$. Эти моды возбуждаются при рассеянии ПМСВ при $x = x_0$ на неоднородности поверхности пленки или неоднородности намагниченности насыщения, их поле спадает как $\exp(-\frac{\pi n}{2d} |x - x_0|)$ ($n > 0$ correspond to $x > x_0$). Для примера, если ПМСВ отражается от границы между двумя ферромагнитными полосками при $x = 0$, то магнитостатический потенциал должен быть дополнен набором мод:

$$\varphi_s(x, y) = \begin{cases} (A_s^1 e^{-k_{\pm}^1 y} + B_s^1 e^{k_{\pm}^1 y}) e^{ik_{\pm}^1 x}, & n < 0, x < 0, \\ (A_s^2 e^{-k_{\pm}^2 y} + B_s^2 e^{k_{\pm}^2 y}) e^{ik_{\pm}^2 x}, & n > 0, x > 0. \end{cases} \quad (2.22)$$

Согласно (2.22) моды с $n \neq 0$ или моды “ближнего поля”, локализованы вблизи неоднородностей волновода ($|x - x_0| \leq \frac{2d}{\pi n}$). Более того поток энергии мод ближнего поля равен нулю (интеграл вектора Пойнтинга [135] $\int_{-\infty}^{+\infty} \vec{P} dy = - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\omega}{8\pi} \Re\{i\varphi^* \vec{b}\} dy = 0$). Следовательно эти ближнепольные моды

нужны только для корректного описания процесса рассеяния на неоднородностях. Например, с учетом этих мод можно точно решить задачу об отражении МДЭ от металлической полуплоскости. Согласно [134] коэффициент отражения по мощности $R(\omega)$ равен:

$$R(\omega) = \frac{k_0(\omega) - k_1(\omega)}{k_0(\omega) + k_1(\omega)} \frac{k_0(\omega) - k_2(\omega)}{k_0(\omega) + k_2(\omega)} \quad (2.23)$$

где k_0 это волновое число МДЭ, $k_1(\omega)$, $k_2(\omega)$ это волновые числа ПМСВ локализованный вблизи металлизированной и свободной поверхности:

$$\begin{aligned} k_1(\omega) &= \frac{1}{4d} \ln \frac{\omega_M(\omega_0 + \omega_M + \omega)}{2(\omega_0 + \omega_M/2 + \omega)(\omega_0 + \omega_M - \omega)}, \\ k_2(\omega) &= \frac{1}{4d} \ln \frac{\omega_M(\omega_0 + \omega_M - \omega)}{2(\omega_0 + \omega_M/2 - \omega)(\omega_0 + \omega_M + \omega)} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Строгое рассмотрение этих мод ближнего поля излишне усложнит предложенный теоретический метод. Поэтому рассматривается случай, когда вкладом этих мод в распространение КМ можно пренебречь, а именно, когда период магнетонного кристалла существенно больше его толщины: $a \gg d$. Учитывая это приближение профиль поля КМ в магнетонном кристалле должен быть схож с профилем поля МДЭ:

$$\varphi = e^{ikx} \cdot \begin{cases} Ae^{-\lambda y}, & d < y, \\ Be^{-\lambda y} + Ce^{\lambda y}, & -d < y < d, \\ De^{\lambda y}, & y < -d. \end{cases} \quad (2.25)$$

где $2d$ это толщина пленки, $\lambda > 0$ и функции сечения вне пленки выбраны так, чтобы удовлетворять условию Зоммерфельда [136]. λ и $-\lambda$ соответствуют КМ, локализованным вблизи верхней и нижней границы магнетонного кристалла соответственно.

Подставляя пробные функции (2.25) в уравнение (2.14) и учитывая то, что обе моды $Be^{-\lambda y}e^{ikx}$ и $Ce^{\lambda y}e^{ikx}$ должны удовлетворять уравнению (2.14), получаем для каждого фиксированного m :

$$\sum_n M_{m-n} k_n k_m \Phi_n(y) = \sum_n [\lambda^2 M_{m-n} \pm \lambda N_{m-n} b_{m-n}] \Phi_n(y) \quad (2.26)$$

Рассматривая только N первых членов разложения (2.10), (2.11) (это означает, что $-N \leq m, n \leq N$) и вводя матрицы \hat{M}_1 , \hat{M}_2 и \hat{M}_3 в виде:

$$\begin{aligned}
\hat{M}_1 &= M(m-n)k_n k_m \\
\hat{M}_2 &= M(m-n) \\
\hat{M}_3 &= N(m-n)b_{m-n}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

и вектор $\vec{Y} = \begin{bmatrix} \vec{X} \\ \lambda \vec{X} \end{bmatrix}$ мы сводим нелинейную задачу на собственные значения (2.26) к линейной:

$$\begin{bmatrix} \hat{M}_1 & 0 \\ 0 & \hat{M}_2 \end{bmatrix} \cdot \vec{Y} = \lambda \begin{bmatrix} \pm \hat{M}_3 & \hat{M}_2 \\ \hat{M}_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \vec{Y} \tag{2.28}$$

Задачу на собственные значения (2.28) нужно решить четыре раза для каждого региона в (2.25) (два раза в регионе $-d < y < d$ for $\pm\lambda$). Нужно учитывать только положительные собственные значения и соответствующие собственные вектора для каждого решения. Так как все матрицы Эрмитовы, нужно рассматривать только действительные значения, следовательно, нумеруя их с помощью s и обозначая решение как 0, 11, 12 и 2 для каждого региона в (2.25) соответственно, записываем разложение потенциала $\varphi(x, y)$:

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} \sum_s \vec{A}_s \sum_n \hat{U}_{ns}^0 e^{ik_n x} e^{-\lambda_s^0 y} & d < y \\ \sum_s \vec{B}_s \sum_n \hat{U}_{ns}^{11} e^{ik_n x} e^{-\lambda_s^{11} y} + \\ + \hat{C}_s \sum_n \hat{U}_{ns}^{12} e^{ik_n x} e^{\lambda_s^{12} y} & -d < y < d \\ \sum_s \vec{D}_s \sum_n \hat{U}_{ns}^2 e^{ik_n x} e^{\lambda_s^2 y} & y < -d \end{cases} \tag{2.29}$$

2.2.2.1 Свободные граничные условия

Магнитостатический потенциал КМ в магнотном кристалле (2.29) записан в базисе собственных решений уравнения движения (2.9). Следующий шаг это выбор коэффициентов $\vec{A}_s, \vec{B}_s, \vec{C}_s$ и \vec{D}_s таким образом, чтобы удовлетворить граничным условиям. Эти условия заключаются в непрерывности магнитостатического потенциала и вектора магнитной индукции на верхней и нижней границе магнотного кристалла [25]. Они имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
(\varphi^1(x,y)|_{y=d} = \varphi^0(x,y)|_{y=d}) \\
(\vec{B}_y^1(x,y)|_{y=d} = \vec{B}_y^0(x,y)|_{y=d}) \\
(\varphi^1(x,y)|_{y=d} = \varphi^2(x,y)|_{y=-d}) \\
(\vec{B}_y^1(x,y)|_{y=d} = \vec{B}_y^2(x,y)|_{y=-d})
\end{aligned} \tag{2.30}$$

где $\vec{B}_y^1(x,y) = \{\hat{\mu} \cdot \nabla \varphi^1(x,y)\}_y$ и $\vec{B}_y^{0,2}(x,y) = \{\nabla \varphi^{0,2}(x,y)\}_y$.

Подставляя разложение (2.11) и (2.29) в граничные условия (2.30) получаем набор $8N + 4$ уравнений на вектора коэффициентов от \vec{A}_s до \vec{D}_s :

$$\hat{F} \cdot \begin{bmatrix} \vec{A}_s \\ \vec{B}_s \\ \vec{C}_s \\ \vec{D}_s \end{bmatrix} = \hat{0} \tag{2.31}$$

Как известно из линейной алгебры, однородная система линейных уравнений имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда детерминант равен нулю:

$$\det \hat{F} = 0. \tag{2.32}$$

Фиксируя, например, некоторое значение k_i мы повторяем метод PWE для каждой частоты ω_j , пытаясь удовлетворить граничным условиям (2.32). В результате получаем дисперсионную зависимость $\omega = \omega(k)$ для КМ в бикомпонентном магнетном кристалле.

2.2.2.2 Металлизированная поверхность

Рассмотрим теперь бикомпонентный магнетный кристалл, верхняя граница которого металлизирована (см. Рис. 14 b)). Для простоты металлическая пленка считается идеальным проводником. Следовательно поле КМ не проникает в область $y > d$. Это означает, что мы должны рассматривать область $-\infty < y < d$ в разложениях (2.25), (2.29) и в уравнениях (2.31). Вместо (2.30) можно записать условие для поля КМ на границе магнетный кристалл/металлизация, выражающееся в равенстве нулю нормальной компоненты вектора магнитной индукции:

$$B_y = (\mu^1(x)\partial_x\varphi^1(x,y) + i\eta^1(x)\partial_y\varphi^1(x,y))|_{y=d} = 0. \quad (2.33)$$

Повторяя все шаги из предыдущего подраздела, выводим уравнение похожее на (2.32), но с размерностью $6N + 3$ вместо $8N + 4$.

2.2.2.3 Микроструктурированная поверхность

В магнетонном кристалле, образованном микроструктурированием верхней поверхности ферромагнитной пленки (см. Рис. 14 с)) намагниченность насыщения постоянна и, следовательно, уравнение движения (2.9) сводится к стандартному уравнению Уокера (2.15). Рассмотрим синусоидальную вариацию толщины пленки $y = d - \xi(x) = d(1 + \varepsilon e^{iQx} + \varepsilon^* e^{-iQx})$, где $Q = \frac{2\pi}{a}$, a это период, ε и ε^* это глубина модуляции и ее комплексное сопряжение. Рассмотрим малое возмущение: $|\varepsilon| \ll 1$, $d|\varepsilon|Q \ll 1$.

Согласно известному методу [137], основанному на теории связанных мод (coupled mode theory СМТ), рассмотрим две связанные моды, распространяющиеся в микроструктурированной пленке в разные стороны:

$$\begin{aligned} \varphi^1 = & A_+[e^{p_+(y-d)} + \alpha_+ e^{-p_+(y+d)}]e^{iqx} + \\ & + A_-[e^{p_-(y-d)} + \alpha_- e^{-p_-(y+d)}]e^{i(q-Q)x} \end{aligned} \quad (2.34)$$

где $p_+ = q = \frac{Q}{2} + \delta$, $p_- = -q + Q = \frac{Q}{2} - \delta$, δ описывают затухание из-за рассеяния на периодических возмущениях.

Используя теорию возмущений [138] магнитостатический потенциал на микроструктурированной поверхности $y = d - \xi(x)$ может быть найден из разложения Тейлора при $y = d$ с малым параметром ξ :

$$\varphi^1(x, d - \xi) = \varphi^1(x, d) - \frac{\partial\varphi^1(x, d)}{\partial y}\xi(x) \quad (2.35)$$

Применяя такую же процедуру к нормальной компоненте динамического вектора магнитной индукции $B_n = B_y \cos(\theta) + B_x \sin(\theta)$ (где $\theta = \arctan(\frac{\partial\xi}{\partial x})$ это угол между нормалью \hat{n} и осью Oy) и оставляя только нулевые и первые члены, можно переписать граничное условие (2.30) в виде:

$$\begin{aligned}
\left(\varphi^0 + \frac{\partial\varphi^0}{\partial y}\xi\right)\Big|_{y=d} &= \left(\varphi^1 + \frac{\partial\varphi^1}{\partial y}\xi\right)\Big|_{y=d} \\
\left(B_y^0 + \frac{\partial B_y^0}{\partial y}\xi - B_x^0\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)\Big|_{y=d} &= \left(B_y^1 + \frac{\partial B_y^1}{\partial y}\xi - B_x^1\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)\Big|_{y=d}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

Подставляя магнитостатический потенциал $\varphi(x,y)$ из разложения (2.34) и $\vec{B}_y(x,y) = \{\hat{\mu} \cdot \nabla\varphi(x,y)\}_y$ в граничные условия (2.36) получаем следующую линейную систему:

$$\begin{cases} D_+ A_+ = -\frac{\varepsilon Q d}{4} \omega_M^2 A_- e^{-qd} \\ D_- A_- = -\frac{\varepsilon^* Q d}{4} \omega_M^2 A_+ e^{-qd} \end{cases} \tag{2.37}$$

где $D_{\pm} = \omega^2 - (\omega_H + \omega_M/2)^2 + (\omega_M/2)^2 e^{-2qd}$ согласно уравнению (2.20) мало. Как хорошо известно решение однородной линейной системы (2.37) есть в том случае, если ее детерминант равен нулю. Это условие определяет дисперсионное уравнение:

$$D_+ D_- = \left(\frac{|\varepsilon| Q d}{4}\right)^4 e^{-2qd} \tag{2.38}$$

Описанный метод может быть применен только если $q \approx \frac{Q}{2}$. В действительности он схож с первым приближением метода PWE. Для более точно высокого порядка метода PWE нужно разложить магнитостатический потенциал (уравнение (2.10)), компоненты тензора магнитной проницаемости (уравнение (2.11)) и параметр $\xi(x)$ в ряд:

$$\begin{aligned}
\xi(x) &= \sum_p \Xi_p e^{ib_p x} \\
\Xi_p &= \int_0^a \xi(x) e^{-ib_p x} dx
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Учитывая тот факт, что граничные условия (2.30) должны быть переписаны в виде (2.36) и параметр ξ теперь тоже разлагается в ряд (2.39) последующая процедура в терминах метода PWE не отличается от вышеописанной.

Таким образом, несмотря на ряд различий, в целом применение метода PWE во всех трех случаях схоже.

2.2.3 Результаты моделирования

2.2.3.1 Бикомпонентный одномерный магنونный кристалл

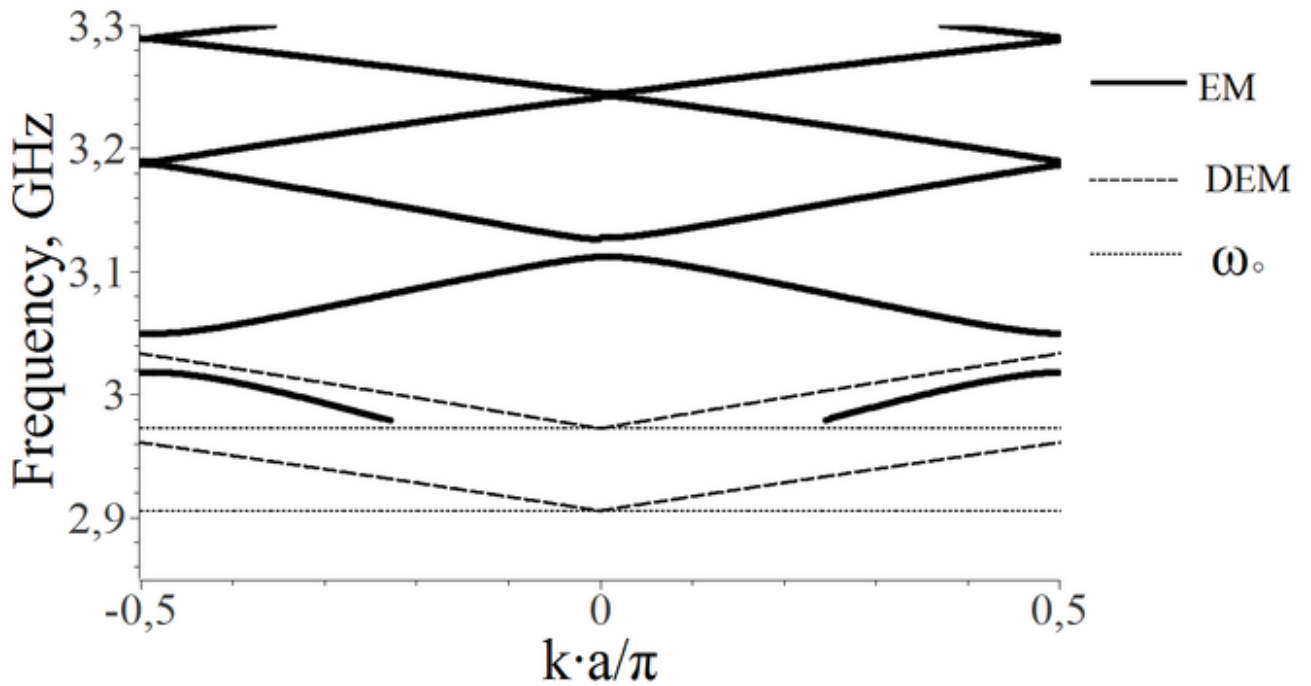


Рисунок 16 — Дисперсия поверхностных магнито-статических спиновых волн в одномерном магنونном кристалле вида Рис. 14 (а)

Описанный выше метод PWE был применен для изучения свойств КМ в магنونных кристаллах, показанных на Рис. 14 (а,b). Для этих структур были выбраны следующие параметры: длина периода $a = 100 \mu\text{м}$, намагниченности насыщения $4\pi M_{s1} = 1750 \text{ Э}$ and $4\pi M_{s2} = 1650 \text{ Э}$, внешнее магнитное поле $\vec{H}_{\text{ext}} = 500 \text{ Э}$, толщина пленки $d = 1 \mu\text{м}$, коэффициент заполнения компоненты с намагниченностью $M_{s1} - r = 0.4$. Результаты моделирования для случаев взаимного и невзаимного магنونного кристалла показаны на Рис. 16 и Рис. 17 соответственно. На этих рисунках сплошной линией показаны дисперсионные кривые КМ в магنونном кристалле; пунктирные линии это дисперсионные кривые (а) для МДЭ (на первом рисунке), (b) для ПМСВ - на втором; точками показаны нижние граничные частоты.

Согласно Рис. 16 нижняя дисперсионная кривая КМ во взаимном магنونном кристалле находится между дисперсионными кривыми МДЭ в пленках с

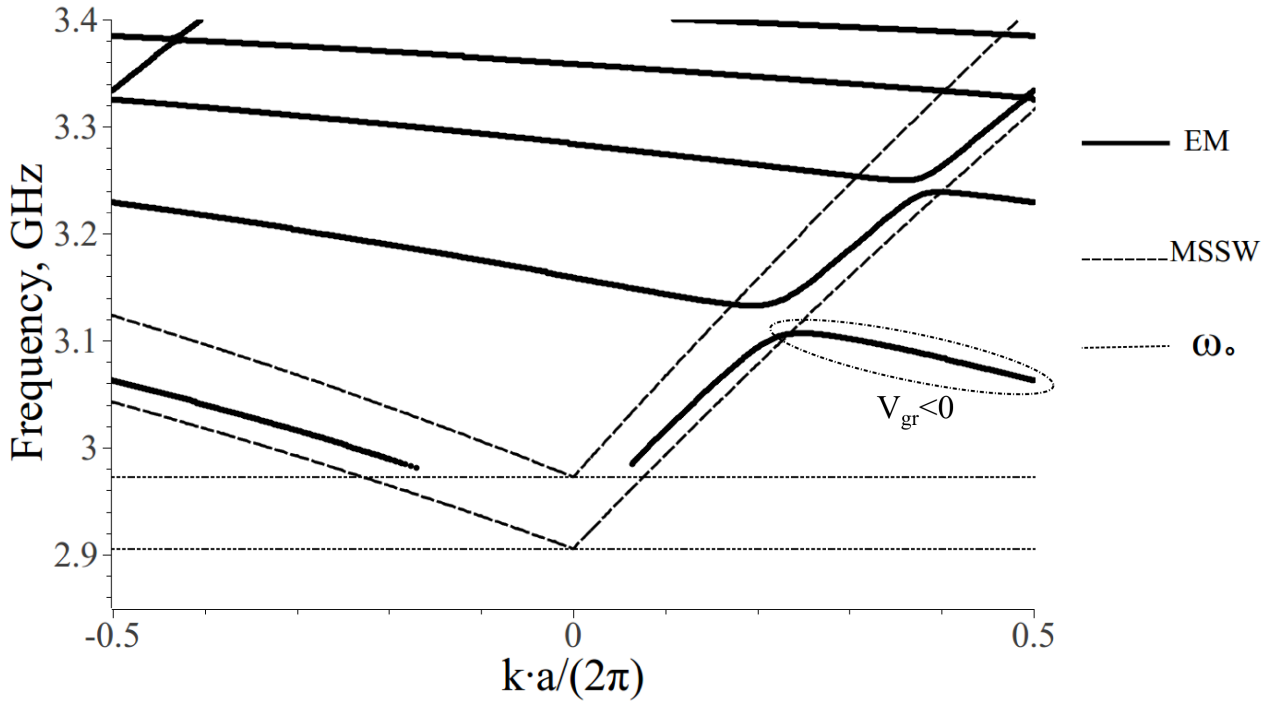


Рисунок 17 — Дисперсия поверхностных магнито-статических спиновых волн в одномерном магнотном кристалле вида Рис. 14 (b)

намагниченностями M_{s1} и M_{s2} соответственно (как если бы $M_{s1} > M_s^{\text{eff}} > M_{s2}$). Также можно увидеть, что ширина запрещенных зон уменьшается, тогда как плотность мод повышается на более высоких частотах из-за вида дисперсии МДЭ. На Рис. 17 дисперсионные кривые ПМСВ в односторонне намагниченных пленках с намагниченностями M_{s1} и M_{s2} дополнены граничными частотами ПМСВ в таких пленках. Дисперсионная картина в этом случае получается строго асимметричной. В области низких частот дисперсионные кривые КМ следуют за дисперсионными кривыми ПМСВ. Случай $k > 0$ на Рис. 14 b) означает, что КМ локализована около нижней поверхности магнотного кристалла. Следовательно влияние металлизации на распространение КМ слабее, чем в случае $k < 0$, когда КМ локализована около металлизации. Большой угол наклона дисперсионной кривой КМ в случае $k > 0$ находится в хорошем соответствии с результатами исследований ПМСВ в металлизированных ферромагнитных пленках [28].

Следует заметить, что благодаря невзаимности КМ, экстремум дисперсионной кривой смещен внутрь зоны Бриллюэна. А именно, максимум первой кривой и минимум второй кривой расположены внутри зоны Бриллюэна в области $k > 0$. Это означает, что существуют частотные диапазоны, где КМ могут

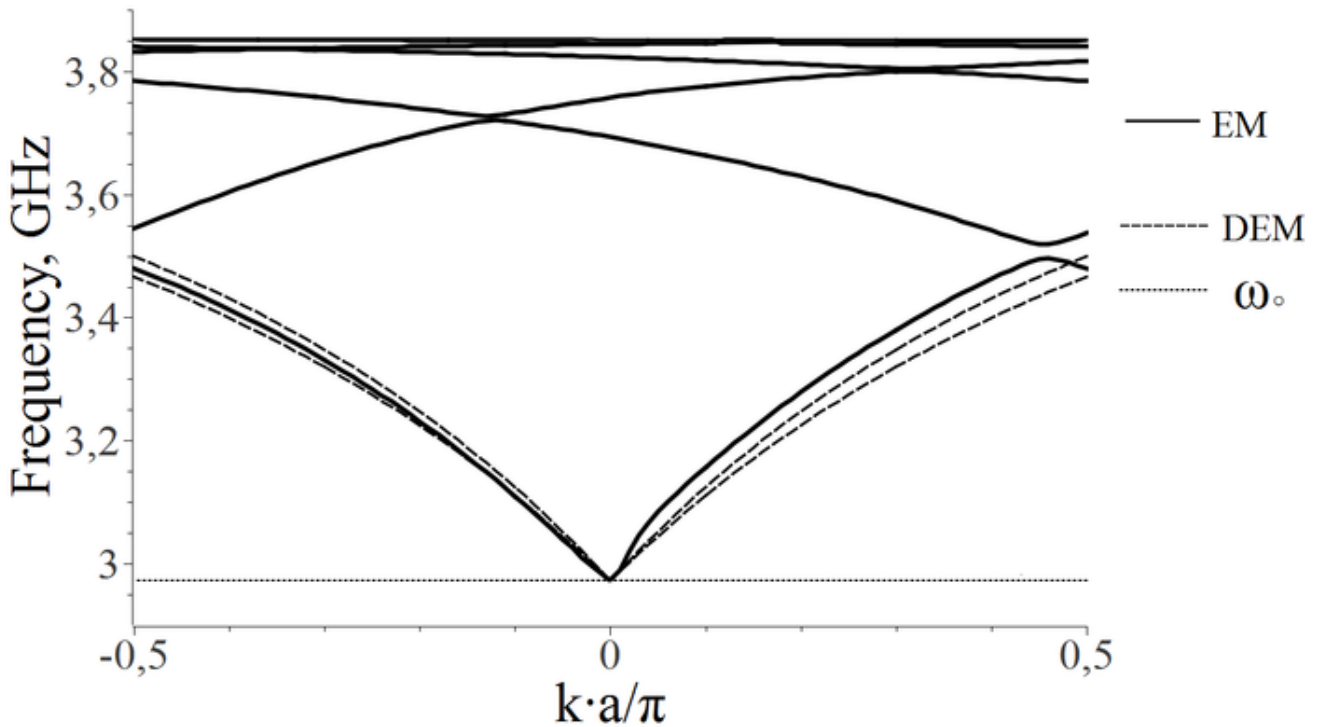


Рисунок 18 — Дисперсионная зависимость для КМ в магнотном кристалле, образованном из микроструктурированной ферромагнитной пленки (сплошная линия), для МДЭ в однородной пленке с M_{s1} и вариацией толщины в 10 % (пунктирная линия), а также нижняя граничная частота $\omega_o = \omega_H(\omega_H + \omega_M)$ (показана точками).

распространяться только в одном направлении (например вдоль оси Ox на частотах около $\omega = 3.1$ ГГц). Подобный эффект достигается и в однородной односторонне металлизированной пленке, но на много больших частотах, что соответствует малым длинами волн и сильным потерям. Однако в случае невзаимного магнотного кристалла этот эффект одностороннего распространени КМ может быть достигнут на сравнительно маленьких частотах.

2.2.3.2 Одномерный магнотный кристалл, образованный микроструктурированием поверхности

Магнотный кристалл, показанный на Рис. 14 (с), также исследовался с помощью метода PWE. Предполагалось, что микроструктурированная ферромаг-

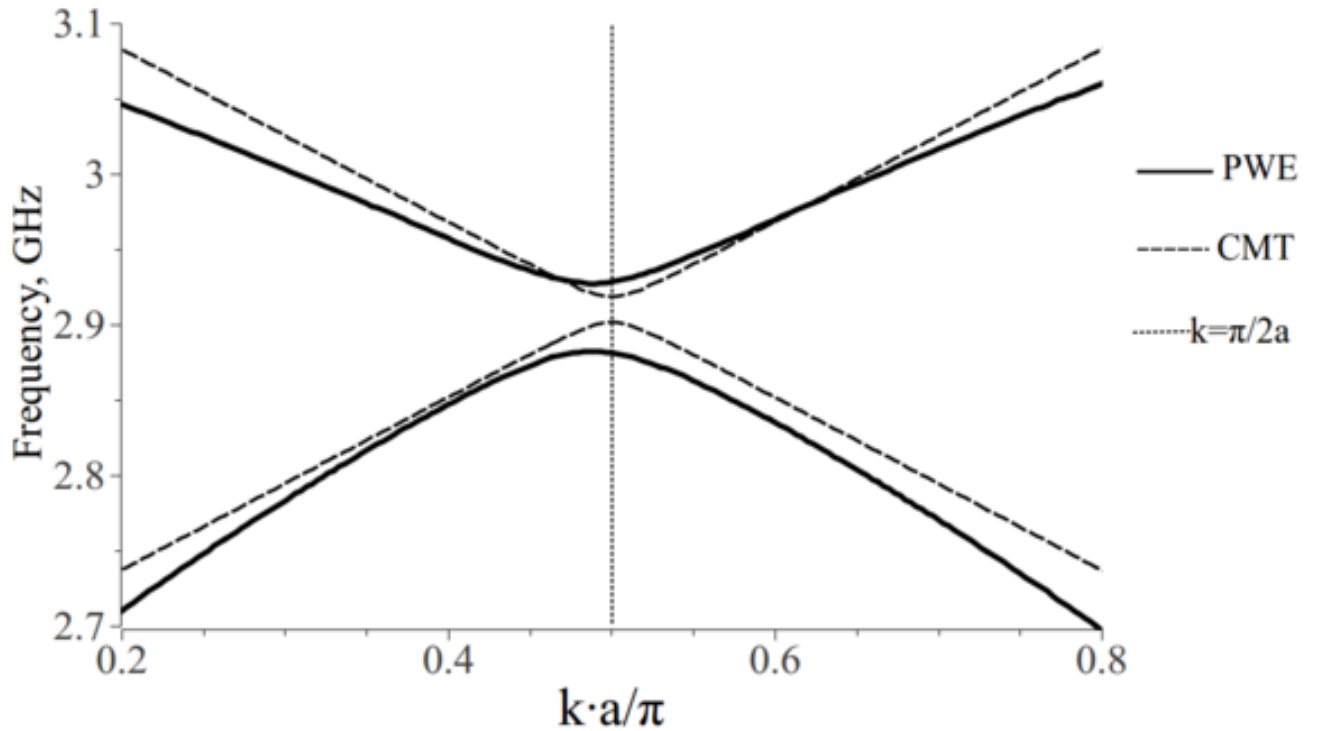


Рисунок 19 — Сравнение дисперсионных кривых, полученных методами РВЕ (сплошная линия) и СМТ (пунктирная линия) для исследования распространения КМ в одномерных магнонных кристаллах; точками показана граница зоны Бриллюэна $k = \frac{\pi}{2a}$.

нитная пленка сделана из ЖИГа с намагниченностью насыщения $4\pi M_s = 1750$ Э и следующими параметрами: $a = 75$ μm это период, $l = 20$ μm это глубина канавок (коэффициент заполнения ячейки канавками это $r \approx 0.27$), $2d = 10$ μm это толщина пленки, $\vec{H}_{\text{ext}} = 500$ Э это внешнее магнитное поле, $b = 1$ μm , это глубина канавок (10% глубина модуляции). Полученные дисперсионные зависимости построены на Рис. 18. Как и в случае бикомпонентного магнонного кристалла, дисперсионная кривая КМ (сплошная линия) дополнена частотой отсечки МДЭ (показано точками) и дисперсионными кривыми МДЭ (пунктирные линии) для пленок с толщинами 10 μm и 9 μm .

Случай $k < 0$ на Рис. 18 как и ранее соответствует КМ локализованным вблизи нижней поверхности магнонного кристалла и возмущение КМ микроструктурированием довольно мало. Следовательно дисперсионная кривая КМ следует за дисперсионными кривыми МДЭ (как если бы $d_1 > d_{\text{eff}} > d_2$). КМ распространяющаяся в направлении оси Ox локализована вблизи микроструктурированной поверхности и следовательно итоговая дисперсионная картина

получается асимметричной. Однако, эффект не взаимности намного слабее, чем в случае металлизации. Это можно объяснить тем, что рассматривалась только слабая модуляция толщины, для применимости теории возмущений. Однако даже такая малая модуляция достаточна, чтобы эффект не взаимности был выражен. Также существует область частот, где разрешено только одно направление распространения спиновых волн.

На Рис. 19 показано сравнение методов PWE и СМТ для исследования распространения КМ в одномерных магнитных кристаллах. Видно, что метод СМТ обеспечивает большие погрешности даже вблизи брэгговского резонанса (где должен работать точнее всего), и не позволяет обнаружить эффект не взаимности.

2.3 Распространение магнитоэлектрических спиновых волн в магнетонных кристаллах ограниченной длины

2.3.1 Одномерные магнетонные кристаллы ограниченной длины

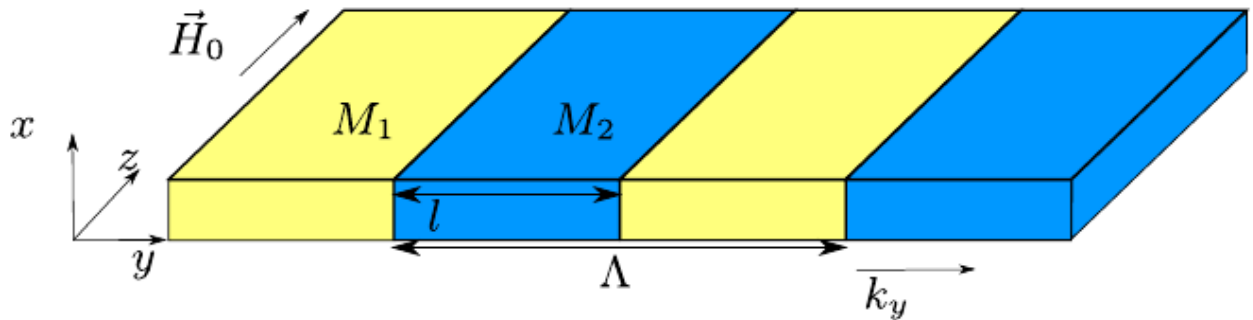


Рисунок 20 — Одномерный магнетонный кристалл ограниченной длины

В данном разделе исследуется распространение ПМСВ в одномерном магнетонном кристалле конечной длины (см. Рис. 20). Рассматривается бикомпонентный магнетонный кристалл, состоящий из ферромагнитных полосок двух типов, чередующихся в пространстве, с намагниченностями насыщения $4\pi M_1$ и $4\pi M_2$. Однако, в отличие от одномерных магнетонных кристаллов, рассматривавшихся в Разд. 2.2 существенным является ограниченность по длине, а значит по числу периодов. Любой экспериментальный образец магнетонного кристалла является ограниченным по размерам, поэтому обоснованным является рассмотрение и таких структур. Методы использовавшиеся ранее для рассмотрения “бесконечных” магнетонных кристаллов здесь оказываются неприменимыми. Поэтому в данном разделе предложен другой метод, позволяющий рассматривать магнетонные кристаллы с любым конечным числом периодов.

Рассматривается касательное намагничивание магнитным полем \vec{H}_0 , нормальным к направлению распространения, а значит соответствующее геометрии ПОМСВ (см. Разд. 1.1.3), в стандартном приближении магнитостатики (см. Разд. 1.1.1). Поля размагничивания, анизотропии и обменные также не рассматриваются. Таким образом $\vec{H}_{eff} = \vec{H}_0$. Намагниченность насыщения в магнетонном кристалле имеет вид:

$$M(\vec{r}) = M(y) = \begin{cases} M_1, & y < 0, (n-1)\Lambda + l < y < n\Lambda, y > N\Lambda \\ M_2, & n\Lambda < y < n\Lambda + l \end{cases}, \quad (2.40)$$

где $n = 1, \dots, N$, N это число периодов структуры (включений с намагниченностью M_2), Λ период магнетонного кристалла, l это длина включения с намагниченностью M_2 .

2.3.2 Математическая модель

2.3.2.1 ПМСВ в тонкой пленке

В данном разделе оси координат выбраны таким образом (см. Рис. 20), что нижняя граница магнетонного кристалла соответствует $x = 0$, верхняя - $x = d$, ось Oy начинается в начале первого магнитного включения, таким образом его границы это $y = 0, y = l$. При таком выборе осей координат ПМСВ, распространяющиеся в однородной пленке имеют вид:

$$\psi = \begin{cases} (e^{2kd} + p(s))e^{-kx} e^{isky}, & x > d \\ (e^{kx} + p(s)e^{-kx})e^{isky}, & 0 \leq x \leq d \\ (1 + p(s))e^{kx} e^{isky}, & x < 0 \end{cases}. \quad (2.41)$$

Здесь $s = \pm 1$ это направление распространения, $p(s) = \frac{\mu - 1 - s\eta_a}{\mu - 1 + s\eta_a}$ это коэффициент смещения поля, зависящий от направления распространения и компонент тензора магнитной проницаемости. В случае тонкой пленки $d \gg \frac{2\pi}{k}$ можно считать потенциал ψ однородным вдоль оси Ox внутри пленки. В расчетах бралась толщина пленки $d = 100$ нм и длины волн в несколько $\mu\text{м}$. Учитывая это, можно записать:

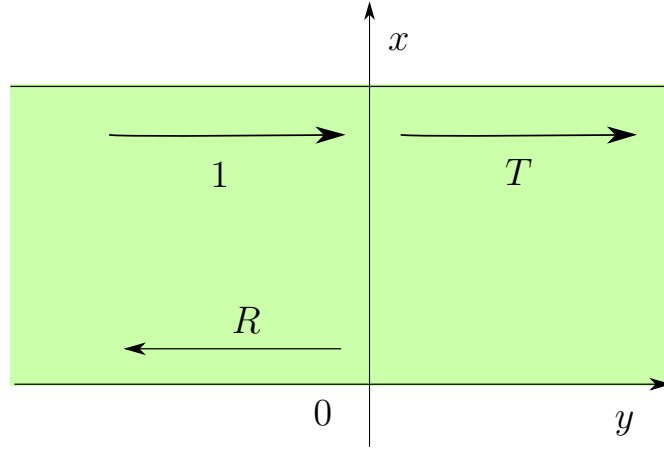


Рисунок 21 — Волны, участвующие в рассеянии на границе раздела. R - коэффициент отражения, T - коэффициент прохождения.

$$\psi = \begin{cases} (1+p)e^{-kx}e^{isky}, & x > d \\ (1+p)e^{isky}, & 0 \leq x \leq d, \\ (1+p)e^{kx}e^{isky}, & x < 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

где p может быть выбрано как $p(-1)$, или $p(+1)$. Таким образом профиль волны больше не зависит от s и влияние невязимности на распространение ПМСВ исчезает.

2.3.2.2 Прохождение ПМСВ через границу раздела двух ферромагнетиков

Рассмотрим ПМСВ, распространяющуюся в тонкой пленке вдоль оси Oy и встречающую при $y = 0$ границу раздела между двумя ферромагнитными материалами с $\vec{M}_0 = \vec{M}_1$ and $\vec{M}_0 = \vec{M}_1$. Предположим, что никаких локальных мод не возбуждается и что функция сечения падающей, прошедшей и отраженной волны имеет вид (2.42). Такая форма потенциала удовлетворяет граничным условиям при $x = \{0; d\}$ и, следовательно, нужно учесть граничные условия на поверхности $y = 0$. В отсутствии обмена это сводится к:

$$\begin{cases} \psi_1 = \psi_2 |_{y=y_0} \\ (\hat{\mu}_1 \cdot \nabla \psi_1)_y = (\hat{\mu}_2 \cdot \nabla \psi_2)_y |_{y=y_0} \end{cases}, \quad (2.43)$$

где ψ_1 и ψ_2 - это потенциалы волн до и после границы соответственно.

После подстановки (2.42) в (2.43) на границе $y = 0$ можно переписать граничные условия следующим образом:

$$\begin{cases} \varphi_1 + R\varphi_1 = T\varphi_2 \\ \varphi_1 - R\varphi_1 = T\varphi_2 \end{cases}, \text{ где} \quad (2.44)$$

$$\varphi_i = (1 + p_i) \begin{cases} e^{-k_i x}, & x > d \\ 1, & 0 < x < d, \\ e^{k_i x}, & x < 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

$$\varphi_i = (-ik_i) \begin{cases} (1 + p_i)e^{-k_i x}, & x > d \\ \mu_0^1 i(1 + p_i), & 0 < x < d, \\ (1 + p_i)e^{k_i x}, & x < 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

T и R это амплитуды коэффициентов прохождения и отражения. Перемножая первое уравнение на φ_1 и второе на φ_2 и интегрируя от $-\infty$ до ∞ over x , получаем:

$$\begin{cases} (1 + R)N_1 = TJ \\ (1 - R)J = TN_2 \end{cases}, \text{ где} \quad (2.47)$$

$$N_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 \cdot \varphi_1 dx, \quad N_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \cdot \varphi_2 dx, \quad (2.48)$$

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \cdot \varphi_1 dx \quad (2.49)$$

Вычислив интегралы, мы получаем выражение для коэффициентов прохождения и отражения.

$$R = \frac{4k_1^2 - (k_1 + k_2)^2}{4k_1^2 + (k_1 + k_2)^2}, \quad T = \frac{1 + p_1}{1 + p_2} \cdot \frac{4k_1(k_1 + k_2)}{4k_1^2 + (k_1 + k_2)^2} \quad (2.50)$$

Следует отметить, что прошедшая волна распространяется в другой среде, по отношению с падающей. Из-за этого коэффициент $T = T(p_1, p_2)$ может, в зависимости от соотношения $(1 + p_1)/(1 + p_2)$ быть больше единицы. Но это не означает, что энергия не сохраняется, что будет показано в дальнейшем.

2.3.2.3 Поток энергии ПМСВ

Покажем непрерывность потока энергии для коэффициентов прохождения и отражения в форме (2.50). В магнитостатическом приближении y – компонента вектора Пойнтинга может быть записана в виде [139]:

$$\Pi_y = \Pi_y(x) = -i\frac{\omega}{2}\text{Re}(i\Psi^*b_y) \quad (2.51)$$

Для вычисления потока энергии через границу $y = 0$ нужно проинтегрировать по x :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Pi_y dx = -\frac{\omega}{2}(1+p)^2 \text{Re} \left[i(-iks) \left(\int_{-\infty}^0 e^{2kx} dx + \int_0^d \mu dx + \int_d^{\infty} e^{-2kx} dx \right) \right] = -s\frac{\omega}{2}(1+p)^2(1+\mu kd). \quad (2.52)$$

И рассматривая приближение тонкой пленки условие непрерывности сводится к:

$$(1+p_1)^2 - |R|^2(1+p_1)^2 = |T|^2(1+p_2)^2 \quad (2.53)$$

$$1 - |R|^2 = |T|^2 \frac{(1+p_2)^2}{(1+p_1)^2} \quad (2.54)$$

Подставление выражения (2.50) дает точное соответствие, значит в выбранном приближении закон сохранения энергии выполняется.

2.3.2.4 Задача рассеяния на одном включении

Рассмотрим тонкую пленку с намагниченностью насыщения M_1 и включением длины l расположенным между $y = 0$ и $y = l$ и намагниченности M_2 . На Рис. 22 показаны волны, участвующие в процессе рассеяния на включении. Всего будет 4 граничных условия, два для каждой границы:

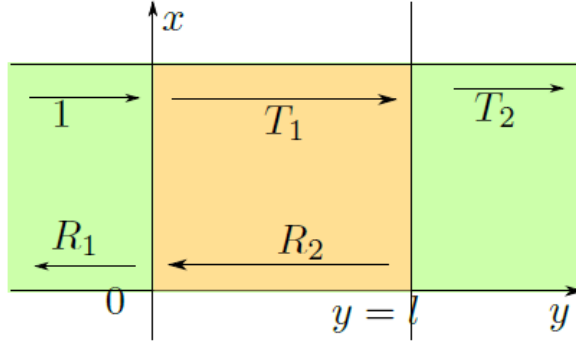


Рисунок 22 — Волны участвующие в рассеянии на границе раздела внутри структуры

$$\begin{cases} T_1 \varphi_2 e^{-ik_2 l} + R_2 \varphi_2 e^{ik_2 l} = T_2 \varphi_1 e^{-ik_1 l} \\ T_1 \varphi_2 e^{-ik_2 l} - R_2 \varphi_2 e^{ik_2 l} = T_2 \varphi_1 e^{-ik_1 l} \\ \varphi_1 + R_1 \varphi_1 = T_1 \varphi_2 + R_2 \varphi_2 \\ \varphi_1 - R_1 \varphi_1 = T_1 \varphi_2 - R_2 \varphi_2 \end{cases} \quad (2.55)$$

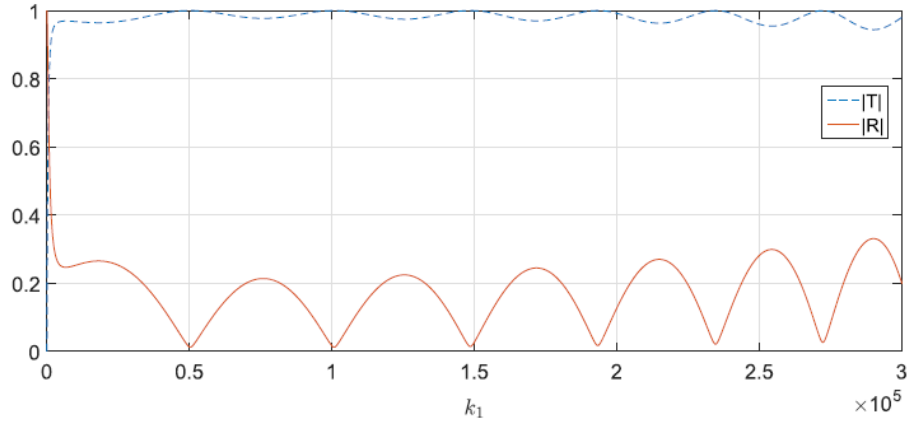
Первые два уравнения для условия $y = l$ схожи с условиями (2.44) в том смысле, что у них есть только 3 участвующие волны и они могут быть найдены в похожей манере. В итоге могут быть найдены выражения для T_2/T_1 и R_2/T_1 , которые надо подставить в другие два уравнения. Решая их можно найти ответ:

$$R = R_1 = \frac{S - 1}{S + 1}, \quad S = \frac{4k_1^2}{(k_1 + k_2)^2} \cdot \frac{1 + R_{21} e^{2ik_2 l}}{1 - R_{21} e^{-2ik_2 l}} \quad (2.56)$$

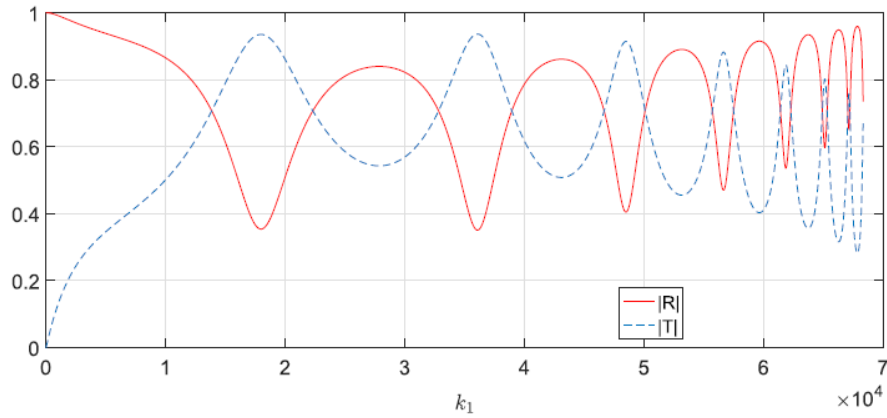
$$T = T_2 = \frac{2Z}{Z^2 + 1 + R_{21} e^{-2ik_2 l} (Z^2 - 1)} \cdot T_{21} e^{-il(k_2 - k_1)},$$

$$Z = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} \quad (2.57)$$

На Рис. 23 а) показано применение полученных формул для случая малого контраста намагниченностей, $4\pi M_1 = 8500 \text{ Э}$, $4\pi M_2 = 7900 \text{ Э}$ (значения взяты как в работе [140], для сравнения), что дает магнитный контраст 7%. Длина включения бралась $l = 5 \mu$, толщина пленки 20 nm, $H_0 = 300 \text{ Э}$ это внешнее магнитное поле. Из Рис. 23 а) видно, что максимумы коэффициента пропускания определяются условием $k_2 = 2n \frac{\pi}{2l}$ и совпадают с минимумами ко-



а)



б)

Рисунок 23 — Коэффициенты прохождения и отражения для единичного включения. $l = 5\mu$ а) $4\pi M_1 = 8500$ Э, $4\pi M_2 = 7900$ Э, $d = 20$, б) $4\pi M_1 = 1750$ Э, $4\pi M_2 = 2250$ Э, $d = 40$

эфициента отражения, минимумы коэффициента прохождения определяются соотношением $k_2 = (2n + 1)\frac{\pi}{2l}$.

На Рис. 23 б) показаны аналогичные зависимости для случая сильного контраста намагниченностей $4\pi M_1 = 10000$ Э, $4\pi M_2 = 7000$ Э (значения взяты как в работе [17], для сравнения), что дает магнитный контраст 30%. $l = 70\mu$, $d = 40$, $H_0 = 500$ Э.

2.3.3 Распространение волн в магнном кристалле

В нашем случае $k_z = 0$ и мы можем перейти от трехмерной задачи (см. Рис. 20) к двумерной (см. Рис. 24). Спиновая волна распространяется вдоль

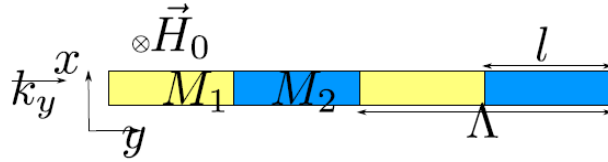


Рисунок 24 — Геометрия распространения волн в магннном кристалле.
Отображено два периода.

направления y и встречает границы раздела между различными магнитными материалами, причем между двумя соседними границами раздела намагниченность насыщения материала остается постоянной. Предполагаем, что между границами n и $n + 1$ магнитостатический потенциал волны представляется в виде:

$$\psi = \psi_n^{\rightarrow} + \psi_{n+1}^{\leftarrow} = A(e^{k_i x} + p_i e^{-k_i x})e^{-ik_i y} + B(p_i e^{k_i x} + e^{-k_i x})e^{ik_i y}, \quad i = 1, 2 \quad (2.58)$$

ψ_n^{\rightarrow} - волна, прошедшая через $n^{\text{ю}}$ границу, и ψ_{n+1}^{\leftarrow} - волна, отраженная от $(n + 1)^{\text{ой}}$ границы.

Для того, чтобы получить выражения для коэффициентов прохождения и отражения для магннного кристалла из N периодов, нужно решить систему из $4N$ уравнений, по 2 уравнения на каждую границу. Эта система состоит из таких подсистем:

$$\begin{cases} T_{n-1}\varphi_1 e^{-ik_1 l_n} + R_n \varphi_1 e^{ik_1 l_n} & = T\varphi_2 e^{-ik_2 l_n} \\ T_{n-1}\varphi_1 e^{-ik_1 l_n} - R_n \varphi_1 e^{ik_1 l_n} & = T\varphi_2 e^{-ik_2 l_n} \end{cases}, \text{ for odd } n \quad (2.59)$$

$$\begin{cases} T_{n-1}\varphi_2 e^{-ik_2 l_n} + R_n \varphi_2 e^{ik_2 l_n} & = T\varphi_1 e^{-ik_1 l_n} \\ T_{n-1}\varphi_2 e^{-ik_2 l_n} - R_n \varphi_2 e^{ik_2 l_n} & = T\varphi_1 e^{-ik_1 l_n} \end{cases}, \text{ for even } n \quad (2.60)$$

Система может быть решена последовательно, начиная с последней подсистемы с $n = 2N$, подставляя значения в предыдущую:

$$\frac{R_n}{T_{n-1}} = \frac{S_\alpha - 1}{S_\alpha + 1} e^{-2ik_\alpha l_n}, \quad S_\alpha = \frac{1 + \frac{R_{n+1}}{T_n} e^{2ik_\beta l_n}}{1 - \frac{R_{n+1}}{T_n} e^{2ik_\beta l_n}} \quad (2.61)$$

$$\frac{T_n}{T_{n+1}} = \frac{1 + p_\alpha}{1 + p_\beta} \cdot \frac{2Z_\alpha}{(1 + Z_\alpha^2)e^{-il_n k_\beta} + (Z_\alpha^2 - 1)\frac{R_{n+1}}{T_n}e^{ik_\beta l_n}},$$

$$Z_\alpha = \frac{2k_\alpha}{k_\alpha + k_\beta}, \quad (2.62)$$

здесь $\alpha, \beta = \{1, 2\}$, с ферромагнитными материалами с $M_0 = M_\alpha$ слева и с $M_0 = M_\beta$ справа от текущей границы. Таким образом для границ с нечетными номерами $\alpha = 1, \beta = 2$ и для границ с четными номерами $\alpha = 2, \beta = 1$.

2.3.4 Результаты моделирования

2.3.4.1 Магنونный кристалл

Рассмотрим сначала магنونный кристалл с малым магнитным контрастом. Как и в предыдущем примере возьмем $4\pi M_1 = 8500$ Э, $4\pi M_2 = 7900$ Э, что образует контраст $\approx 7\%$. Длина включений взята $l = 0.5\mu$, толщина пленки $d = 20$ и поле $H_0 = 300$ Ое. На Рис. 25 а) показан коэффициент отражения от магنونного кристалла в 50 периодов с длиной периода $\Lambda = 1\mu$, а значит коэффициентом заполнения 50%. Результаты сглажены простым усреднением, чтобы избежать осцилляций не имеющих физического значения, которые будут обсуждены в следующем разделе. Рисунок показывает запрещенные зоны, где коэффициент отражения равен единице. Положение этих зон определяется брэгговским условием $k = n\frac{\pi}{\Lambda}$, где k это волновой вектор. Это также верно и для случая сильного магнитного контраста с $4\pi M_2 = 7000$ Э, $4\pi M_1 = 10000$ Э. В этом случае ширина запрещенных зон существенно увеличивается. Глубина зоны пропускания растет с увеличением волнового числа благодаря росту отражения от одного включения из M_2 в M_1 (пунктирная линия на Рис. 25 б). Рис. 25 а) и б) находятся в хорошем соответствии с экспериментальными результатами [17; 140].

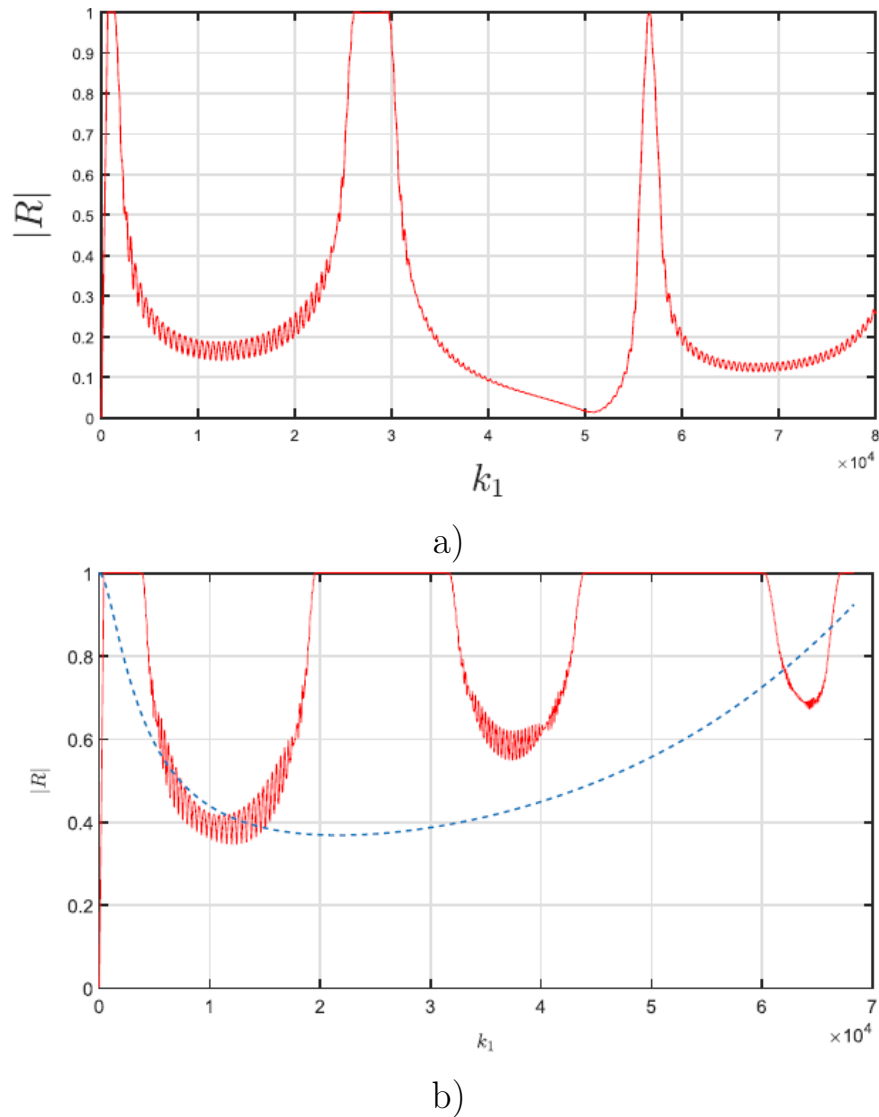


Рисунок 25 — Коэффициент отражения от магنونного кристалла с 50 периодами. $\Lambda = 1\mu$. а) $4\pi M_1 = 8500$ Э, $4\pi M_2 = 7900$ Э, $l = 0.5\mu$, $d = 20$ б) $4\pi M_1 = 10000$ Э, $4\pi M_2 = 7000$ Э, $l = 70$, $d = 40$.

2.3.4.2 Магنونный кристалл с малым числом периодов

Также важно учесть, как отражение от магنونного кристалла зависит от числа его периодов. Сохраняя длину и коэффициент заполнения периодов теми же самыми, изменим число периодов N . Таким образом можно проследить образование запрещенных зон. На Рис. 26 показано формирование трех запрещенных зон для случая слабого магнитного контраста. С ростом числа N края запрещенных зон становятся круче, а осцилляции между ними становятся плотнее. Эти осцилляции это результат интерференции волн, отраженных

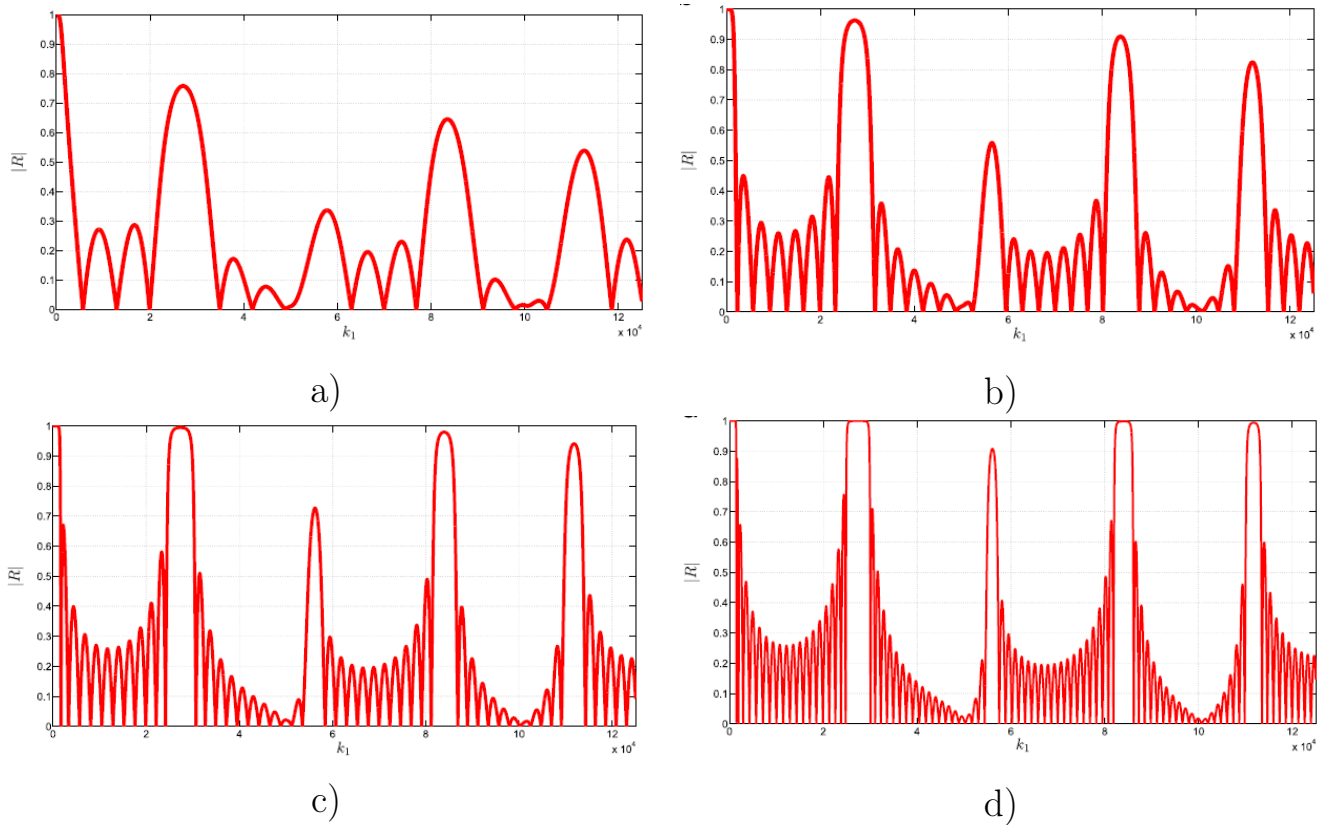


Рисунок 26 — Три запрещенные зоны для разного числа включений магнетонного кристалла. $4\pi M_1 = 1750$ Э, $4\pi M_2 = 1850$ Э, $l = 0.5\mu$, $\Lambda = 1\mu$, $d = 20$ а) $N = 4$, б) $N = 8$, в) $N = 12$, г) $N = 20$.

от каждой из границ магнетонного кристалла, следовательно чем выше число периодов, тем плотнее осцилляции.

Другим интересным результатом является определение границ применимости приближения “бесконечного” магнетонного кристалла. Согласно Рис. 26 запрещенные зоны уже практически сформированы к при $N > 20$ и дальнейший рост числа периодов не дает существенных изменений в их поведении.

2.3.4.3 Магнетонный кристалл с дефектом

Описанный выше метод может быть применим как для исследования квази-периодичных так и апериодичной структур. Для демонстрации этого, рассмотрим пример магнетонного кристалла состоящего из 51 периода с длиной 10μ каждый. В каждом периоде, кроме среднего, коэффициент заполнения периода равен 50%, но в 26-ом периоде он отличается. На Рис. 27 показан ко-

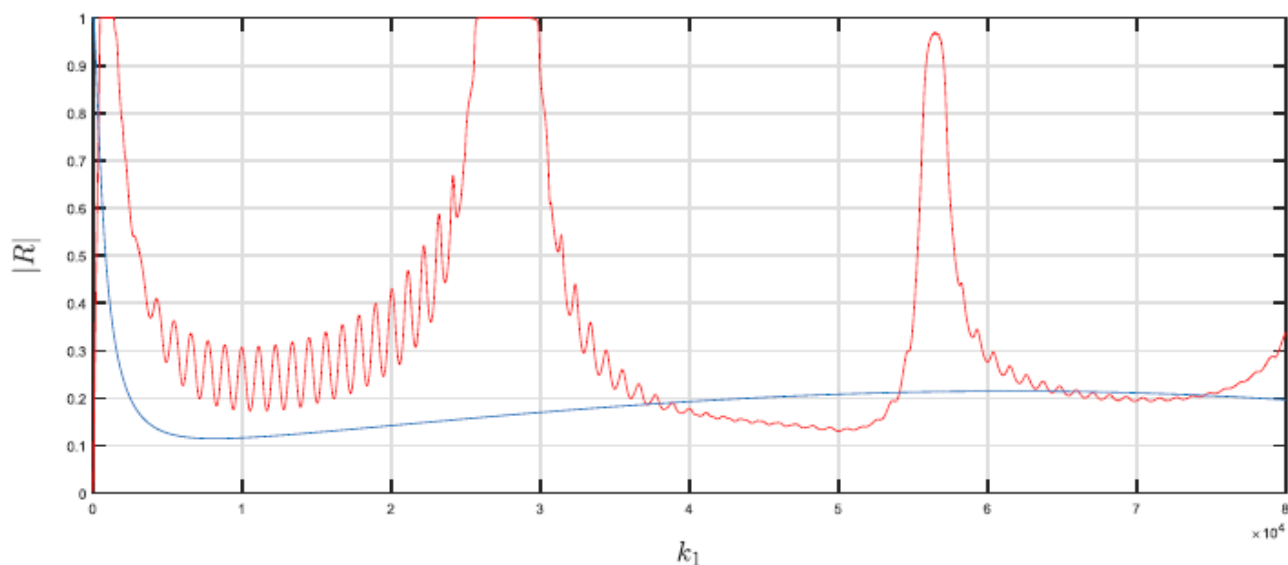


Рисунок 27 — Коэффициент отражения магنونного кристалла с дефектом (красная линия) и отражение от единичного включения (синяя линия).

Ширина области с M_2 в дефектном периоде равняется $0.1 \mu\text{м}$.

эффицент отражения от такой структуры (красная линия), где коэффициент заполнения дефектного периода: $l(M_1) = 0.9\mu$ и $l(M_2) = 0.1\mu$ и коэффициент отражения от единичного включения (синяя линия) длины $l(M_2)$. Эти данные тоже прошли процедуру локального усреднения. Видно, что запрещенные зоны остаются такими же, как и в случае регулярного магنونного кристалла, а между ними появляется модуляция, обусловленная отражением от единичного включения.

2.4 Выводы

В данной главе рассмотрены задачи о распространении магнитостатических спиновых волн в периодических и квазипериодических структурах. А именно рассмотрены двумерные магнотонные кристаллы, одномерные магнотонные кристаллы нескольких видов и одномерные магнотонные кристаллы конечной длины.

Для решения задачи о распространении ПОМСВ в двумерном магнотонном кристалле, представляющем из себя ферромагнитную пленку с набором цилиндрических включений в узлах квадратной решетки, была разработана математическая модель, основанная на теории многократного рассеяния. Предложен способ учета поля размагничивания вблизи неоднородностей магнитной структуры. Получены дисперсионные характеристики ПОМСВ в таких структурах. Было показано, что благодаря эффекту невзаимности спиновых волн, в таких двумерных структурах образуются краевые вращательные состояния с выделенным направлением распространения. Данные вращательные состояния характеризуются узкой полосой в частотном диапазоне и малой групповой скоростью.

Для решения задачи о распространении ПМСВ в одномерных магнотонных кристаллах трех видов (бикомпонентный магнотонный кристалл, бикомпонентный магнотонный кристалл с металлизацией и магнотонный кристалл, образованный микроструктурированием ферромагнитной пленки) была создана теория, основанная на методе разложения по плоским волнам. Были исследованы дисперсионные характеристики ПМСВ в таких периодических структурах. Было показано, что в одномерных магнотонных кристаллах также проявляется эффект невзаимности спиновых волн. Это выражается в асимметрии дисперсионных характеристик спиновых волн, в смещении максимумов и минимумов дисперсионных ветвей внутрь зоны Бриллюэна, в появлении частотных диапазонов строго однонаправленного распространения и в наличии участков дисперсионных кривых с отрицательной групповой скоростью.

Разработан подход, с помощью которого можно не только исследовать квази-периодические магнотонные кристаллы но и аperiodические структуры. С помощью него исследовалось распространение ПМСВ в одномерных магнотонных кристаллах с конечным числом периодов. Были получены характеристики про-

пускания и отражения таких структур и исследовано образование запрещенных зон. Было исследовано формирование запрещенных зон в кристалле с ростом числа периодов и сделана оценка границ применимости приближения “бесконечного” магнетонного кристалла. Были также исследованы магнетонные кристаллы с дефектом.

Глава 3. Распространение акустических и магнитостатических волн в нерегулярных волноведущих структурах

3.1 Распространение поверхностных акустических волн Лява в нерегулярных волноведущих структурах, содержащих акустические метаматериалы

3.1.1 Поверхностные акустические волны Лява

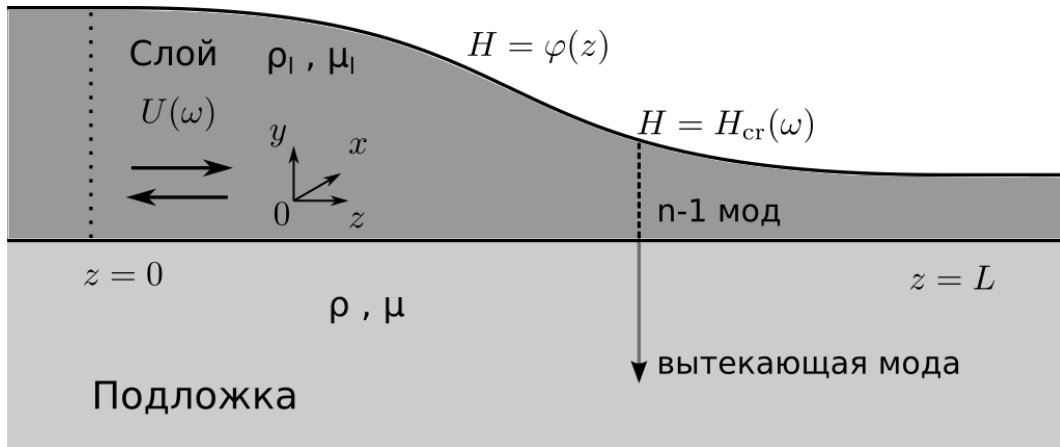


Рисунок 28 — Распространение ПАВЛ в волноведущей структуре переменной толщины

Рассмотрим распространение поверхностных акустических волн Лява (ПАВЛ) [106] в структуре состоящей из упругого слоя, расположенного на подложке из другого упругого материала. Общее уравнение движения акустических волн [141]:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \vec{U} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{U}) \quad (3.1)$$

где \vec{U} это упругое смещение, μ и λ это параметры Ламе и ρ это плотность.

28 представляет распространение ПАВЛ в неоднородном волноводе. ПАВЛ это сдвиговые волны, поляризованные параллельно границе слоя. Более того упругое смещение U_x не меняется вдоль оси Ox . В этом случае уравнение (3.1) может быть упрощено:

$$\rho(y,z) \frac{\partial^2 U_x(y,z)}{\partial t^2} = \mu(y,z) \nabla^2 U_x(y,z) \quad (3.2)$$

с

$$\rho(y,z), \mu(y,z) = \begin{cases} \rho_l, \mu_l & 0 < y < \varphi(z) \\ \rho, \mu & y < 0, \end{cases}$$

где ρ_l, μ_l и ρ, μ это плотности и параметры Ламе в слое и подложке соответственно, $\varphi(z)$ это толщина слоя, U_x упругое смещение вдоль оси Ox .

Граничные условия заключаются в равенстве смещений и напряжений на границе между слоем и подложкой и отсутствии напряжений на свободной поверхности слоя:

$$\begin{cases} U_x(y,z)|_{y=+0} = U_x(y,z)|_{y=-0}, \\ \mu_l U_{x,y}(y,z)|_{y=+0} = \mu U_{x,y}(y,z)|_{y=-0}, \\ \mu_l U_{x,y}(y,z)|_{y=\varphi(z)-0} = 0, \end{cases} \quad (3.3)$$

где $U_{x,y}$ означает частную производную смещения U_x по y .

Уравнение движения (3.2) это дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами, которое не может быть решено аналитически. Уравнения этого типа часто возникают при изучении распространения волн в неоднородных средах, например в средах с переменными геометрическими параметрами.

рассмотрим волновой фронт в сечении $z = \zeta$ (см. figrefcross method) в неоднородном волноводе. Поле волны в этом сечении может быть выражено в виде набора функций $f_n^\zeta(y)$, описывающих поле собственных мод волновода:

$$U_x(y, \zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(\zeta) f_n^\zeta(y), \quad (3.4)$$

где C_n это амплитуды этих мод. Основываясь на результатах теории Штурма-Лиувилля о разложении по набору собственных функций, можно показать, что этот набор собственных функций является полным и ортогональным [142].

Для того, чтобы найти набор собственных функций сначала надо рассмотреть ПАВЛ, распространяющиеся в однородном волноводе в котором уравнение движения (3.2) сводится к:

$$\rho(y) \frac{\partial^2 U_x(y)}{\partial t^2} = \mu(y) \nabla^2 U_x(y) \quad (3.5)$$

Решение уравнения (3.5) ищется в следующей форме:

$$U_x^{n,\zeta}(y) = f_n^\zeta(y) e^{i(h_n^\zeta \zeta - \omega t)}, \quad (3.6)$$

где h_n^ζ это продольное волновое число n -ой моды, $f_n^\zeta(y)$ это функция сечения, показывающая распределение поля n -ой моды вдоль оси Oy . Подставляя (3.6) в (3.5) и учитывая граничные условия (3.3), находим функции сечения собственных мод $f_n^\zeta(y)$:

$$f_n^\zeta(y) = \frac{1}{N_n} \cdot \begin{cases} \cos(g_n(y - H)) & 0 < y < H, \\ \cos(g_n H) e^{\alpha_n y} & y < 0, \end{cases} \quad (3.7)$$

где $g_n = \sqrt{\omega^2/v_l^2 - h_n^2}$ и $\alpha_n = \sqrt{h_n^2 - \omega^2/v_l^2}$ это поперечные волновые числа n -ой моды в слое и полупространстве соответственно. Они могут быть найдены из дисперсионного уравнения ПАВЛ [106]:

$$g_n^2 + \alpha_n^2 = \omega^2(v^2 - v_l^2)/(v^2 v_l^2), \quad (3.8a)$$

$$g_n \operatorname{tg}(g_n H) = \frac{\rho v^2}{\rho_l v_l^2} \alpha_n, \quad (3.8b)$$

где $v = \sqrt{\mu/\rho}$ и $v_l = \sqrt{\mu_l/\rho_l}$ это скорости объемных сдвиговых волн в полупространстве и слое соответственно.

Нормировочный коэффициент:

$$N_n^2 = H + \frac{\sin(2g_n H)}{2g_n} + \frac{\rho v^2 \cos^2(g_n H)}{\rho_l v_l^2 \alpha_n} \quad (3.9)$$

может быть найден из условия:

$$\int_{-\infty}^H \rho(y) v^2(y) f_n(y) f_m(y) dy = \delta_{nm}, \quad (3.10)$$

где δ_{nm} это символ Кронекера. Условие (3.10) выбрано для упрощения последующих уравнений, делая поток энергии акустических волн постоянным, независимо от выбора сечения. Вывод условия показан в следующем разделе.

3.1.2 Нормировка функций сечения

Для подтверждения (3.10), рассмотрим акустический вектор Пойнтинга для гармонических полей [106]:

$$\vec{P} = -\frac{\vec{v}^* \cdot \hat{T}}{2} \quad (3.11)$$

где \vec{v}^* это комплексное сопряжение значения скоростей частиц и \hat{T} это тензор напряжений.

Используя выражение для смещения частиц (3.6), можно получить поток акустической энергии в направлении Oz :

$$P_z^n(y, \zeta) = \frac{\omega C_{44}(y) h_n(\zeta) (f^\zeta(y))^2}{4} \quad (3.12)$$

где $C_{44} = \rho v_s^2$ это константы упругости.

Следовательно, интегрируя по всему пространству можно получить поток акустической энергии n -ой моды через сечение волновода $x \in [a; b]$, $y \in [-\infty; H]$:

$$I = (b - a) \frac{\omega h}{4} \int_{-\infty}^H \rho(y) v^2(y) f_n^2(y) dy \quad (3.13)$$

Из уравнения (3.13) и условия (3.10) видно, что поток акустической энергии n -ой моды постоянен, в то время как волновое число h_n меняется вдоль волновода.

3.1.3 Классификация собственных мод: распространяющиеся, открытые и вытекающие моды

Проанализируем типы собственных мод, соответствующие корням уравнения (3.8) для различных значений параметров сред, толщин волновода и частоты ПАВЛ. Подставляя α , найденное из (3.8a), в (3.8b) и вводя безразмерную переменную $X = g_n H$ и безразмерный параметр $t^2 = \omega^2 H^2 (v^2 - v_l^2) / (v^2 v_l^2)$ система уравнений (3.8) может быть сведена к:

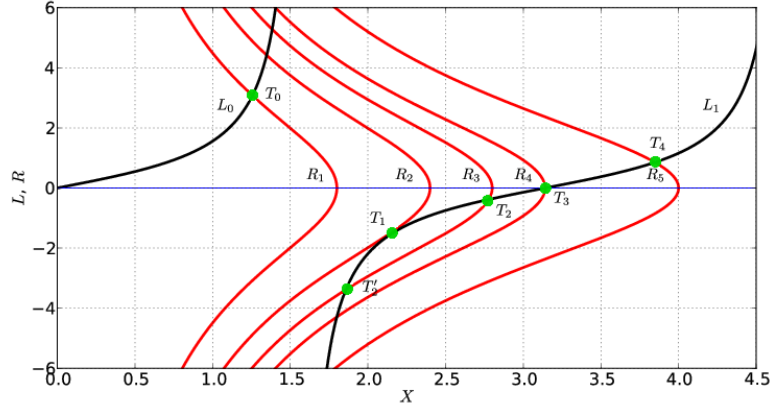


Рисунок 29 — Графическое решение дисперсионного уравнения ПАВЛ

$$\operatorname{tg}(X) = \frac{\rho v^2 \sqrt{t^2 - X^2}}{\rho_l v_l^2 X} \quad (3.14)$$

Исследуем волновода с различными толщинами H и ПАВЛ с различными частотами ω . Чтобы сделать это, примем ρ_l , v_l , ρ , v константами и решим дисперсионное уравнение (3.14) для различных значений параметров t относительно X . Для выяснения свойств различных типов корней представим графическое решение на Рис. 29. Обозначим две ветви функции $\operatorname{tg}(X)$ как L_0 и L_1 , и величину правой части (3.14):

$$\frac{\rho v^2 \sqrt{t^2 - X^2}}{\rho_l v_l^2 X}$$

как R_m для различных значений параметра $t = t_1, \dots, t_m$.

Амплитуда поверхностных волн спадает вдоль Oy , следовательно $\alpha_n = H\sqrt{t^2 - X^2}$ из (3.7) должно быть положительным действительным числом. Следовательно точка пересечения между кривыми L_n и R_m расположена в верхней полуплоскости. Так как g и α это действительные числа, то согласно (3.8a) $v > v_l$ это одно из условий возможности существования ПАВЛ. Наличие точек пересечения между кривыми R_m и L_n в верхней полуплоскости означает, что для определенного параметра t_m в этом волноводе, n -ая мода ПАВЛ с частотой $\omega = t_m v v_l / \sqrt{v^2 - v_l^2}$ может распространяться. Назовем такие моды распространяющимися. Если точек пересечения между R_m и L_n в верхней полуплоскости несколько, то существует n распространяющихся мод.

Из Рис. 29 можно увидеть, что все кривые R_m всегда имеют по крайней мере по одной точке пересечения с кривой L_0 , независимо от параметра t (то есть T_0 это точка пересечения между кривыми L_0 and R_1). Следовательно ПАВЛ

нулевой моды с произвольной частотой может распространяться в волноводе с произвольной толщиной.

Однако, также можно увидеть из Рис. 29, что это не так для мод с номером выше нулевого. Не для всех значений параметра t точка пересечения расположена в верхней полуплоскости (то есть точки T_1, T_2). Самая правая точка на кривой R_m это точка $X = t_m$, следовательно, для $t_m < \pi$ точка пересечения между кривыми R_m и L_1 окажется ниже оси абсцисс. Это означает, что $\alpha < 0$, в то время как h все еще действительное и положительное, так что амплитуда поля не спадает в глубину подложки. Еще есть две точки пересечения (а именно T_2 и T_2'), означающее существование двух корней (3.14), однако, мы выбираем тот, который движется к верхней полуплоскости с увеличением параметра t . После критического значения $t_3 = \pi$ (соответствующего точке T_3), точка пересечения оказывается в верхней полуплоскости (то есть точка T_4), следовательно $\alpha > 0$ и это относится к первой распространяющейся моде.

Решения, соответствующие отрицательным значениям α и действительным значениям h называются открытыми модами [143]. Такие моды часто возникают при исследовании открытых волноводов в электромагнетизме [109] и акустике [144]. Поле открытых мод не удовлетворяет условию нормировки (3.10). Однако, предполагается, что толщина волновода меняется плавно. Также предполагается, что энергия открытой моды полностью преобразуется в энергию открытой моды. Перераспределение энергии после преобразования мод описано системой дифференциальных уравнений, которые будут получены в следующем разделе.

Кривые R_m и L_1 не пересекаются, если параметр t_m меньше, чем определенное значение t_2 . Это означает, что дисперсионное уравнение (3.14) не имеет действительных корней. Это связано с появлением вытекающих мод [144]. для вытекающих мод α отрицательно, а h является комплексным (с действительной частью приблизительно равной h до прохождения через критическое сечение и положительной мнимой частью). Так что поле вытекающих мод похоже на поле объемных мод, амплитуда которых спадает вдоль направления распространения волны. Вытекающие моды существуют в ограниченном участке рядом с критическим сечением и затухают вдоль направления распространения. Опуская громоздкие вычисления, критическая толщина волновода для n -ой моды ПАВЛ равна:

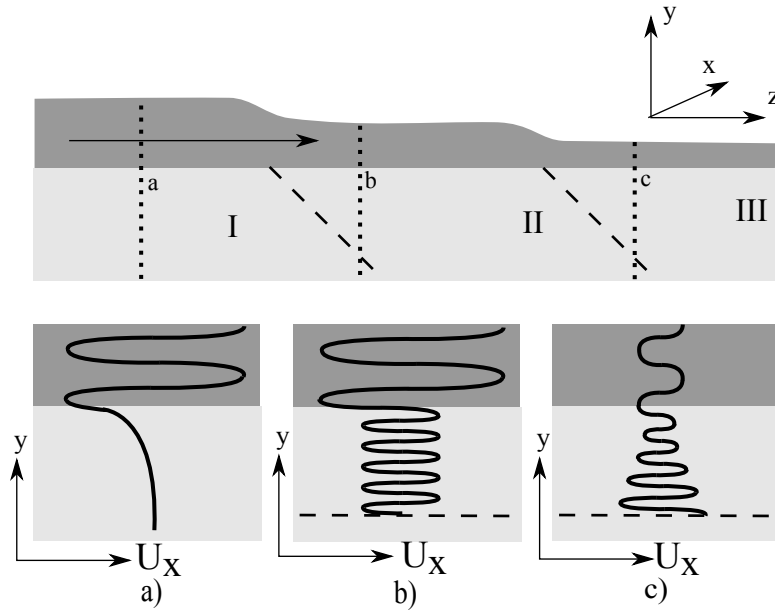


Рисунок 30 — Вид функций сечения (сплошная линия обозначает упругое смещение U_x (a) распространяющихся, (b) открытых и (c) вытекающих мод, соответствующих сечениям (a), (b) и (c) волновода (показано точками); пунктирной линией разделены области, в которых существуют распространяющиеся (I), открытые (II) и вытекающие (III) моды.

$$H_{cr}^n = \frac{nvv_l}{\omega\sqrt{v^2 - v_l^2}} \sqrt{\frac{my_v^2(my_v - 1)}{m - y_v}}, \quad (3.15)$$

где n это номер моды, $m = (\rho v^2)/(\rho_l v_l^2)$, и y_v это решение трансцендентного уравнения:

$$\operatorname{tg} \left(\sqrt{\frac{my_v^2(my_v - 1)}{m - y_v}} \right) + \sqrt{\frac{m(m - y_v)}{my_v - 1}} = 0$$

Пока толщина волновода меньше, чем критическое значение (3.15) параметр $t < \tau_n = \omega H_{cr}^n \sqrt{(v^2 - v_l^2)}/(vv_l)$.

Для ясности, функции сечения распространяющихся, открытых и вытекающих мод схематично показаны на Рис. 30, где волновод показан кусочно однородным (где области I, II, III соответствуют разным типам мод). Распространяющиеся моды локализованы в слое и их поле экспоненциально спадает в подложку. В случае открытых мод поперечная компонента волнового числа действительна и, следовательно, амплитуда их поля не спадает вглубь подложки. Продольная и поперечная компонента волнового вектора вытекающих мод это комплексные числа с положительной и отрицательной мнимой частью со-

ответственно. Благодаря этому факту амплитуда поля вдоль оси Oz спадает, вглубь подложки растет.

В заключении раздела, можно обобщить: есть три диапазона значений параметра t_m , соответствующие различным типам корней (3.8). Значения $t_m > \pi n$ соответствуют распространяющейся n -ой моде. В случае $\tau_n < t_m < \pi n$ существует открытая n -ая мода, которая тоже, с некоторым допущением, может быть рассмотрена, как распространяющаяся мода в неоднородном волноводе. Вытекающие моды появляются если $t_m < \tau_n$. Более подробно классификация мод описана в [109].

3.1.4 Волны в неоднородном волноводе

В сечении $z = \zeta$ неоднородного волновода толщина слоя равняется $\varphi(\zeta)$. Сравнивая $\varphi(\zeta)$ с критической толщиной волновода для n -ой моды ПАВЛ (3.15), можно найти число распространяющихся мод и открытых мод N^ζ в данном сечении. Тогда можно переписать (3.4) учитывая ограничивающее число мод N^ζ :

$$U_x(y, \zeta) = \sum_{n=0}^{N^\zeta} C_{+n}^\zeta f_{+n}^\zeta(y) + \sum_{n=0}^{N^\zeta} C_{-n}^\zeta f_{-n}^\zeta(y), \quad (3.16)$$

где волны, распространяющиеся в прямом и обратном направлениях обозначены $+$ и $-$ соответственно. Позднее будет показано, что вытекающие моды могут быть исключены из разложения, так как их связь с распространяющимися модами пренебрежимо мала. Так как поле каждой моды зависит от z в форме (3.6), то:

$$\frac{\partial U_x}{\partial z} = i \sum_{n=0}^{N^\zeta} h_n^\zeta C_{+n}^\zeta f_{+n}^\zeta(y) + i \sum_{n=0}^{N^\zeta} h_n^\zeta C_{-n}^\zeta f_{-n}^\zeta(y). \quad (3.17)$$

Учитывая гармоническую временную зависимость поля волны, можно переписать (3.5) в виде:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} \right) + \rho \omega^2 U_x = 0, \quad (3.18)$$

следовательно функции сечения удовлетворяют:

$$\begin{cases} \frac{d^2 f_n}{dy^2} + g_n^2 f_n = 0 & 0 < y < H, \\ \frac{d^2 f_n}{dy^2} - \alpha_n^2 f_n = 0 & y < 0. \end{cases} \quad (3.19)$$

Подставляя разложение (3.16) в (3.17) и (3.17) в (3.19), мы получим:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{N^\zeta} (C'_{+n}(z) + ih_{+n}C_{+n}(z))f_{+n}(y,z) + \sum_{n=0}^{N^\zeta} (C'_{-n}(z) + ih_{-n}C_{-n}(z))f_{-n}(y,z) = \\ & \sum_{n=0}^{N^\zeta} C_{+n} \frac{\partial f_{+n}(y,z)}{\partial y} + \sum_{n=0}^{N^\zeta} C_{-n} \frac{\partial f_{-n}(y,z)}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.20)$$

В уравнении (3.20) только функции сечения f_n зависят от y . Чтобы исключить эту зависимость последовательно умножим уравнение (3.20) на функции f_m , и проинтегрируем их вдоль оси Oy . Благодаря ортогональности и нормировке базиса функций сечения (3.10) уравнения на амплитуды мод получаются:

$$C'_{\pm n}(z) = \sum_{m=0}^{N(z)} S_{\pm n+m}(z)C_{+m}(z) + \sum_{m=0}^{N(z)} S_{\pm n-m}(z)C_{-m}(z) \quad (3.21)$$

с коэффициентами связи:

$$\begin{aligned} S_{nm}^{n \neq m}(z) &= \frac{K \cdot \varphi'(z)}{h_n(h_n - h_m)} f_{\pm n} f_{\pm n}|_{y=0} \cdot \exp \left[-i \left(\int_0^z h_m dz - \int_0^z h_n dz \right) \right], \\ S_{nn}(z) &= \frac{K \cdot \varphi'(z)}{2h_n^2} f_{\pm n}^2|_{y=0}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

где

$$K = \frac{\omega^2}{(v^2 - v_l^2)} v^2 v_l^2.$$

Как упоминалось выше, волновое число h_n вытекающей моды имеет положительную мнимую часть и, следовательно, коэффициенты связи S с этой модой экспоненциально спадают. Таким образом, можно сказать, что вытекающие моды не связаны с другими модами волновода и могут быть исключены из разложения (3.16).

Для того, чтобы найти $C_n(z)$, применим граничные условия при $z = 0$ и $z = L$ (см. Рис. 28) к дифференциальному уравнению (3.45), которое определяет поле волны в начале и конце неоднородного участка волновода. Рассматриваем плавное изменение толщины волновода, следовательно амплитуды отраженных мод исчезают в конце неоднородного участка [109], а значит:

$$\sum_{n=0}^{N'} C_{\pm n}(0) f_{\pm n,0}(0) = U_x(0,0), \quad (3.23)$$

$$C_{-n}(L) = 0,$$

где $U_x(0,0)$ и N' это распределения полей и номер мод в начале неоднородного участка.

Решая дифференциальное уравнение (3.45) численно, и учитывая граничные условия (3.47) получаем амплитуды мод $C_n(z)$. В базисе нормированных функций сечения (3.7) энергия моды может быть выражена как:

$$E_{\pm n}(z) \sim |C_{\pm n}(z)|^2 h_{\pm n}(z). \quad (3.24)$$

Отраженная ПАВЛ, распространяющаяся в противоположном направлении, имеет $h_{-n} < 0$ и $E_{-n} < 0$, следовательно закон сохранения энергии вдоль волновода может быть переписан в виде:

$$\sum_{n=0}^{\infty} E_{+n} + \sum_{n=0}^{\infty} E_{-n} = const. \quad (3.25)$$

Как видно из уравнений (3.24) и (3.25) энергия волны пропорциональна продольному волновому числу h_n и квадрату амплитуды C_n^2 . Общая энергия ПАВЛ постоянна и лишь перераспределяется между всеми модами.

3.1.5 Неоднородные волноведущие структуры с акустическими метаматериалами

Рассмотрим распространение ПАВЛ с различными частотами в неоднородном волноводе (см. Рис. 28). Во время распространения в таком волноводе вода представляется в виде набора нескольких мод и частично отражается от

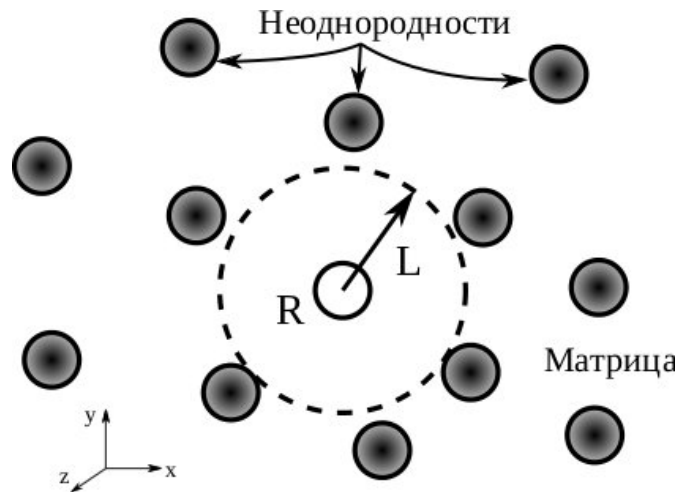


Рисунок 31 — Схема акустического метаматериала, состоящего из матрицы и набора цилиндрических включений

неоднородности волновода. Достигая критического сечения (3.15) высшие моды поверхностной волны преобразуются в вытекающие моды, чья энергия излучается в подложку. Для волны с другой частотой критическое сечение будет другим и, следовательно, это преобразование будет происходить в другой части неоднородного волновода. Рассматривая функцию $\varphi(z)$ монотонной, положение критического сечения зависит от частоты. Согласно (3.15) критическая толщина и, следовательно, положения критического сечения обратно пропорционально частоте волны. Таким образом возможно пространственно разделить волны разных частот в неоднородном волноводе с плавно меняющейся толщиной. Однако, так как мы считаем, что толщина волновода меняется вдоль волновода довольно слабо, зависимость положения критических сечений от частоты тоже довольно слаба. Но это разделение можно усилить с помощью упругих сред с резкой частотной зависимостью материальных параметров.

Один из кандидатов в такие среды, это акустические метаматериалы (см. Разд. 1.2.2) [65; 145]. Благодаря резонансной природе рассеяния акустических волн в акустическом метаматериале и, следовательно, сильной частотной зависимости параметров метаматериала, частотная зависимость положения критического сечения в неоднородном волноводе тоже должна быть резонансной. В качестве примера, рассмотрим метаматериал, состоящий из твердой матрицы и набора цилиндрических включений другого материала (см. Рис. 31). Оси цилиндров параллельны границе между подложкой и слоем и перпендикулярны направлению распространения волны. Следовательно упругие смещения ПАВЛ параллельны осям цилиндров.

Применим приближение когерентного потенциала (CPA) [65; 146] для вычисления эффективных материальных параметров композитов с твердой матрицей и твердыми цилиндрическими включениями. Метаматериал должен быть квази-изотропен, так что длина волны выбирается много большей, чем среднее расстояние между осями цилиндров (Λ) и их радиусов (R) [51]. Все цилиндры считаются идентичными и расположенными на произвольном, но в среднем одинаковом расстоянии между соседними включениями. Их образующие параллельны оси Oz . Акустические волны распространяются в плоскости (x, y) .

Процедура применения CPA состоит из двух основных шагов [146]. Сначала считаем, что одно из включений окружено цилиндром радиуса Λ (образуя составное включение), а сам большой цилиндр помещен в эффективную среду. Далее вычисляются эффективные материальные параметры эффективной среды установкой условия, что рассеяние на составном включении исчезает.

Так как все включения параллельны оси Oz , мы получаем уравнение аналогичное (3.2):

$$\rho(x, y) \frac{\partial^2 U_z(x, y)}{\partial t^2} = \mu(x, y) \nabla^2 U_z(x, y) \quad (3.26)$$

В цилиндрической координатной системе уравнение (3.26) становится:

$$\rho(x, y) \frac{\partial^2 U_z(x, y)}{\partial t^2} = \mu(x, y) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (3.27)$$

Его решением являются хорошо известные функции ($e^{i\omega t}$ множители опускаются):

$$u_z = \sum_n k_s^2 (X_n \cdot J_n(k_s r) + Y_n \cdot H_n(k_s r)) e^{in\varphi}. \quad (3.28)$$

где k_s это волновое число сдвиговых волн в среде, $J_n()$ и $H_n()$ это функции Бесселя и Ганкеля соответственно.

Граничные условия на границе между эффективной средой и составным включением заключаются в непрерывности смещений u_z и радиальной компоненты тензора напряжений T_{rz} :

$$\begin{aligned} u_z^{eff}(\Lambda) &= u_z^m(\Lambda), \\ T_{rz}^{eff}(\Lambda) &= T_{rz}^m(\Lambda). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Учитывая цилиндрическую симметрию задачи и подставляя (3.28) в (3.29) можно переписать граничные условия в матричной форме:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} J_n(k_{eff}\Lambda) & H_n(k_{eff}\Lambda) \\ \frac{k_{eff}}{\rho_{eff}} J_n(k_{eff}\Lambda)a & \frac{k_{eff}}{\rho_{eff}} H_n(k_{eff}\Lambda) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_n^{eff} \\ Y_n^{eff} \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} J_n(k_m\Lambda) & H_n(k_m\Lambda) \\ \frac{k_m}{\rho_m} J_n(k_m\Lambda) & \frac{k_m}{\rho_m} H_n(k_m\Lambda) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_n^m \\ Y_n^m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Задавая исчезновение рассеяния от составного включения ($Y_n^{eff} = 0$) можно получить набор уравнений:

$$\begin{aligned} & -\mu_m k_m^3 J'_n(k_m\Lambda) k_{eff} f^2 J(k_{eff}\Lambda) + \mu_{eff} k_m^2 J_n(k_m\Lambda) k_{eff}^3 J'(k_{eff}\Lambda) = \\ & D_n^{ssz} \left[-k_m^3 \mu_m k_{eff}^2 H'_n(k_m\Lambda) J(k_{eff}\Lambda) + \mu_{eff} k_m^2 H_n(k_m\Lambda) k_{eff}^3 J'(k_{eff}\Lambda) \right], \end{aligned}$$

где D_n^{ssz} это коэффициент рассеяния n -ой цилиндрической гармоники сдвиговой волны с Oz поляризацией. Применяя асимптотические приближения функций Бесселя и Ганкеля с аргументом, стремящимся к нулю, получаем эффективные материальные параметры:

$$\begin{aligned} \rho_{eff}^z &= \rho_m (1 - S_0^s) \\ \mu_{eff}^z &= \mu_m \frac{1 + S_1^s}{1 - S_1^s}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

где:

$$S_n^s = \frac{D_n^{ssz}}{1 + D_n^{ssz}} \frac{4}{\pi} \frac{1}{k_m^2 \Lambda^2} \cdot i. \quad (3.32)$$

3.1.6 Эффективные материальные параметры метаматериала

Рассмотрим акустический метаматериал, состоящий из эпоксидной матрицы ($\rho_l = 1180 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 1.59 \cdot 10^9 \text{ Па}$, $v_l = 1350 \text{ м/с}$) и включений из силиконовой резины ($\rho = 1.3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 9.03 \cdot 10^5 \text{ Па}$) [64]. Результат вычислений для среднего расстояния между включениями $\Lambda = 1 \text{ мм}$ показаны на Рис. 32 а). Для волн, частоты которых близки к частотам резонанса внутри включений, значения эффективных материальных параметров резко дисперсны.

ПАВЛ могут распространяться в волноводе только при определенных условиях, а именно: скорость объемных сдвиговых волн в метаматериале долж-

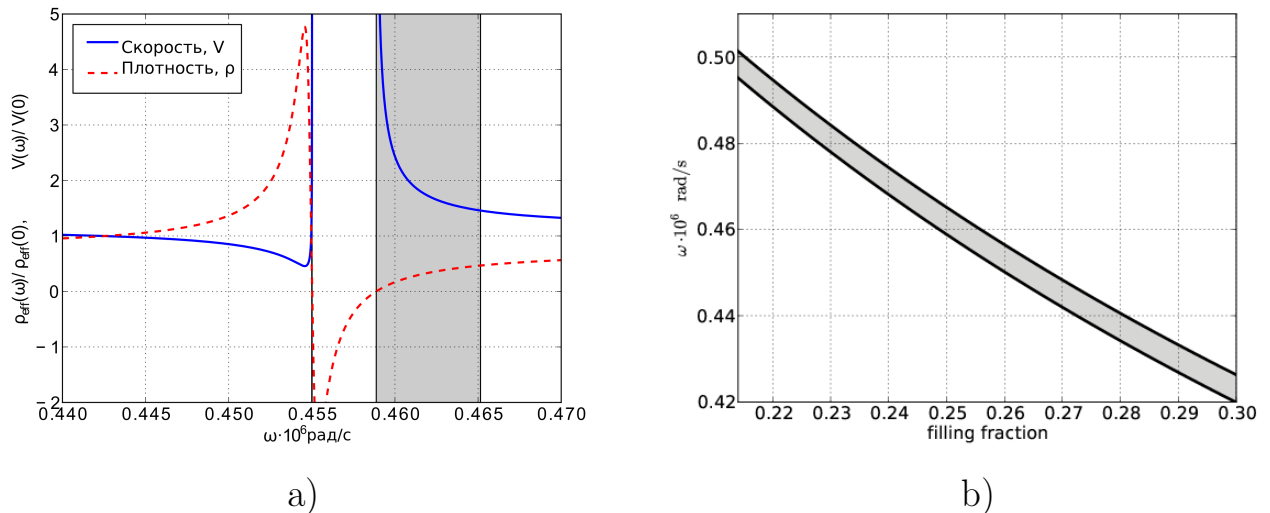


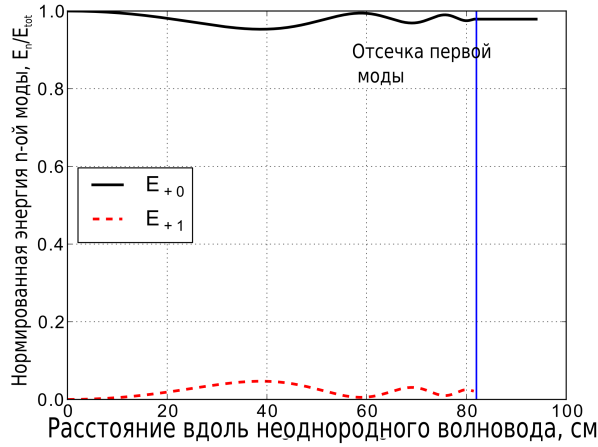
Рисунок 32 — а) Эффективная плотность метаматериала (слошная линия) $\Lambda = 1$ мм, $R = 0.5$ мм и б) Частотная полоса существования ПАВЛ, зависящая от коэффициента заполнения метаматериала

на быть выше, чем для таких же волн в материале слоя; эффективная плотность метаматериала должна быть положительной. Все эти условия выполнены для частотной полосы подсвеченной на Рис. 32 а).

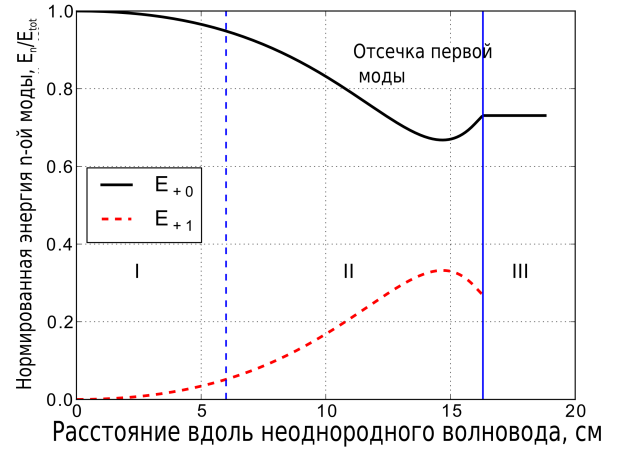
На Рис. 32 б) показана зависимость положения зоны, в которой возможно распространение ПАВЛ. Это положение зависит от коэффициента заполнения (отношение радиусов цилиндров к среднему расстоянию между ними). Видно, что меня конфигурацию метаматериала можно подстроить положение частотной области к нужному значению.

3.1.7 Связь мод

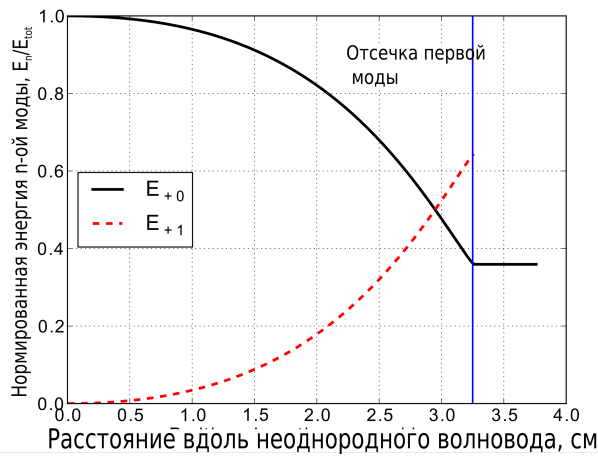
Оценим связь мод, возникающую при распространении ПАВЛ в неоднородном волноводе. Рассмотрим волновод с такими геометрическими параметрами, что в заданном частотном диапазоне (см. Рис. 32 а) могут распространяться только две низших моды, а для остальных мод толщина волновода меньше критической. При распространении этих двух мод ПАВЛ, они взаимно преобразуются друг в друга и отражаются от наклонного участка волновода. В этой формулировке задачи поле волны, распространяющейся в неоднородном волноводе можно описать всего четырьмя модами (нулевая и первая мода для прямо-



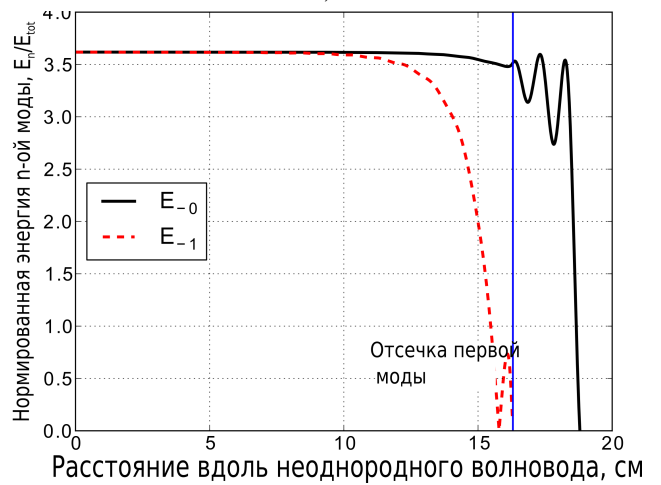
a)



b)



c)



d)

Рисунок 33 — Пространственное распределение энергии мод ПАВЛ в неоднородном волноводе с толщиной $\varphi(z) = d(1 - a \cdot z)$, где $d = 0.07\text{м}^{-1}$, а) $a=1\text{м}^{-1}$, б) $a=5\text{м}^{-1}$, в) $a=25\text{м}^{-1}$, д) отраженные моды, соответствующие случаю б).

го и обратного направлений), Также для простоты, но не уменьшая общности, мы считаем, что толщина волновода меняется линейно:

$$\varphi(z) = d(1 - a \cdot z). \quad (3.33)$$

Рассмотрим конкретные параметры ПАВЛ и волновода, а именно выберем частоту 0.46 МГц и толщину входного сечения $d = 7\text{см}$. Для исследования процесса связывания мод берем различные значения параметра a .

Для этой частоты скорость сдвиговой объемной волны в метаматериале 2170 м/с (см. Рис. 32 а) и эффективная плотность 201кг/м^3 . Численное решение системы дифференциальных уравнений (3.45) с коэффициентами (3.46) и

граничными условиями (3.34) получены с использованием численной библиотеки программирования на языке C GNU SL [147]. Естественно считать, что входное поле состоит из только нулевой моды, а на противоположном конце отсутствует отражение:

$$\begin{aligned} C_{+0}(0) &= 1 \\ C_{+1}(0) &= 0 \\ C_{-0}(L) &= 0 \\ C_{-1}(L) &= 0 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Как было отмечено в Разд. 3.1.3, у нулевой моды нет критической толщины отсечки, что означает отсутствие излучения в виде объемных мод. Таким образом чтобы детектировать пространственное разделение по частоте в подложке, нужно добиться возбуждения мод ПАВЛ более высокого порядка. Подставляя решение (3.45) в (3.24) мы находим перераспределение энергии мод вдоль неоднородного волновода. Рассмотрим три случая для трех различных значений a : $a = 1$ (а), $a = 5$ (б) и $a = 25$ (с). Перераспределение энергии для этих трех случаев показано на Рис. 33. Для $a = 1$ связь мод довольно мала, так как изменение толщины волновода мало на расстоянии длины волны. Для $a = 5$ и $a = 25$ связь мод более ярко выражена, но для случая $a = 25$ длина волновода уже получается сравнимой с длиной волны, что делает детектирование разделения необнаружимым из-за дифракционного предела.

Рассмотрим случай (б) более подробно. В этом случае связь достаточна, чтобы получить вытекающую моду преобразованием из нулевой моды ПАВЛ и длина волновода достаточна для пространственного разделения по частоте. На Рис. 33 б) можно отметить три участка: I) толщина волновода довольно далека от критического значения и, следовательно, связь мод мала; II) значительная часть энергии +нулевой моды передалась +первой моде; III) после прохождения критического сечения +первая мода ПАВЛ преобразуется в объемную волну и высвечивается в подложку (становится вытекающей модой). После этого преобразования +первая мода больше не связана с другими модами и не влияет на них.

Другим важным свойством перераспределения энергии между модами является то, что отражение практически отсутствует (см. Рис. 33 d). Это может быть объяснено следующим образом. Коэффициент связи мод $S_{nm}(z)$ из (3.46) прямо пропорционален фазовому множителю:

$$S_{nm} \sim \exp \left[-i \left(\int_0^z h_m dz - \int_0^z h_n dz \right) \right]. \quad (3.35)$$

В области II продольные волновые числа нулевой и первой моды приблизительно равны $h_{\pm 1} \approx \pm 300 \text{ м}^{-1}$, $h_{\pm 0} \approx \pm 330 \text{ м}^{-1}$. Следовательно $h_{+1} - h_{+0} \approx 30 \text{ м}^{-1}$ и S^{+1+0} меняет знак каждые 10 см (примерно размер всей области II). Поэтому связь +нулевой и +первой мод существенна. С другой стороны $h_{+0} - h_{-1} \approx h_{0+} - h_{0-} \approx 600 \text{ м}^{-1}$ и из (3.35) S_{+0-0}, S_{+0-1} меняет знак каждые 5 мм, что меньше длины волны. Таким образом, отражения от различных участков неоднородного волновода складываются с разными фазами и деструктивно интерферируют, вызывая практически полное отсутствие отражения.

Как можно увидеть из Разд. 3.1.3 закон сохранения энергии (3.25) выполняется при осуществлении численных вычислений (сумма энергий нулевой и первой мод остается постоянной).

3.1.8 Пространственное разделение волн по частоте

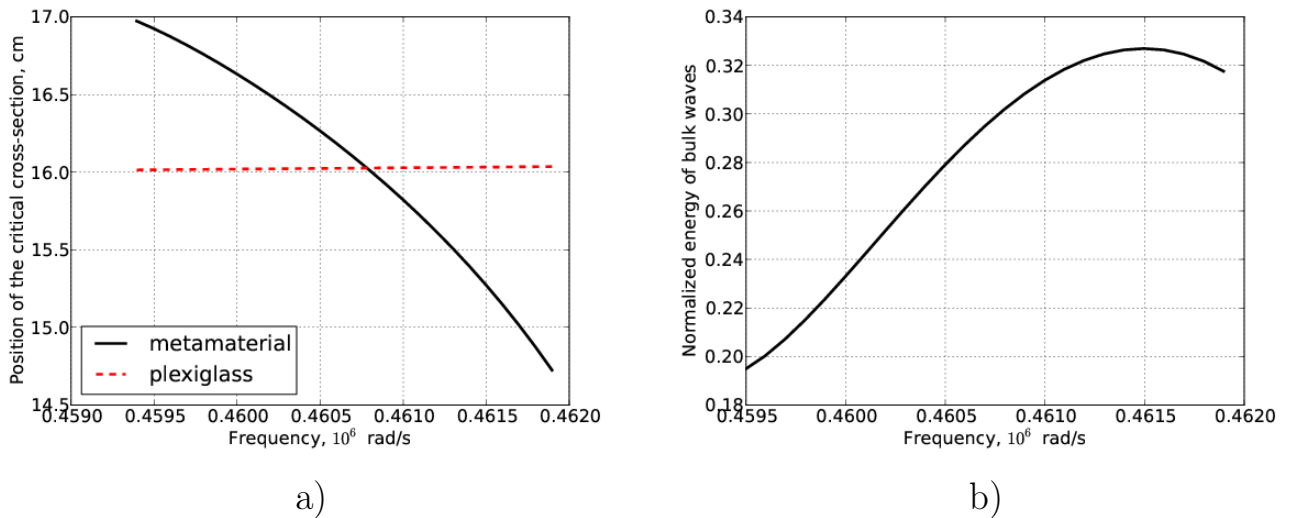


Рисунок 34 — а) Пространственное разделение по частоте ПАВЛ в слоистом волноводе переменной толщины с подложкой из акустического метаматериала (сплошная линия) и плексигласа (пунктирная линия); б) энергия объемной волны, нормированная на общую начальную энергию ПАВЛ

Оценим пространственно разделение по частоте ПАВЛ в слоистой структуре переменной толщины. Амплитуды вытекающих мод спадают экспоненци-

ально после прохождения критического сечения и можно различить две вытекающие моды ПАВЛ, если расстояние между их критическими сечениями больше, чем длина волны. Критическая толщина волновода (3.15) и, следовательно, положение критического сечения в волноводе с плавно уменьшающейся толщиной зависит от частоты и параметров сред.

Мы рассматриваем частотную зависимость положения критического сечения ПАВЛ в частотном диапазоне от 0.459 до 0.462 МГц. Пусть волноведущий слой сделан из эпоксидной смолы, а подложка из плексигласа ($\rho_l = 1200 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 1.4 \cdot 10^9 \text{ Па}$ $v_l = 2650 \text{ м/с}$ что примерно соответствует параметрам метаматериала на частоте 0.46 МГц). Положение критического сечения для различных частот построено на Рис. 34 а) пунктирной линией. Согласно этому рисунку если частота волны изменится на 3 кГц, то положение критического сечения сместится всего на 0.3 мм, тогда как длина волны ПАВЛ на этой частоте это 2см. Оценки показывают, что для того, чтобы различить две вытекающих моды разных частот, надо, чтобы разница между частотами была порядка сотен кГц. Таким образом слоистые структуры переменной толщины из обычных упругих материалов не эффективны для пространственного разделения ПАВЛ по частоте.

Теперь рассмотрим в качестве подложки волновода акустический метаматериал. Зависимость положения критического сечения от частоты в такой структуре показана на Рис. 34 а) сплошной линией. При изменении частоты на 3 кГц, положение критического сечения изменилось на значение 2.3 см, что уже достаточно для различения двух вытекающих мод ПАВЛ разных частот.

Теперь оценим, как много энергии излучается в подложку. Решаем систему уравнений (3.45) и получаем перераспределение энергии между модами вдоль волновода, подобно Рис. 33, для частотного диапазона 0.459-0.462 МГц и находим энергию первой моды в прямом направлении, в критическом сечении. Эта энергия, нормализованная к общей энергии ПАВЛ, показана на Рис. 34 б) сплошной линией. Доля энергии излученной из слоя в подложку составляет от 19 до 33 % от общей энергии. Таким образом использование акустических метаматериалов в качестве подложки позволяет существенно усилить пространственное разделение по частоте первой моды ПАВЛ в неоднородном волноводе.

3.2 Распространение магнитостатических спиновых волн в узких нерегулярных ферромагнитных волноводах

В данной диссертации уже описывалось распространение ПМСВ в ферромагнитных пленках (см. Разд. 1.1.3), а также периодических (см. Разд. 2.2) и аperiodических (см. Разд. 2.3) структурах. Однако, во всех этих случаях рассматривались структуры, “бесконечные” вдоль направления поля. В действительности же все реальные экспериментальные образцы имеют ограничения по размерам. Как будет показано в данном разделе, это ограничение по ширине волновода влияет на распространение ПМСВ, а именно существует набор ширинных мод, продольные волновые числа которых отличаются. Чем уже ширина волновода, тем это отличие существенней. При рассмотрении волнопроводов, ширина которых много больше длины волны ПМСВ, эта разница довольно мала. Но при приближении к наноразмерам, она становится критической для рассмотрения динамики распространения спиновых волн.

В прошлом разделе главы рассматривалось распространение ПАВЛ в слоистых волноводах переменной толщины (см. Разд. 3.1) с использованием построенной теории, основанной на методе Галеркина. В данном разделе полученный опыт будет использован при создании подобной теории, но уже описывающей распространение ПМСВ в пространственно ограниченных ферромагнитных волноводах переменной ширины.

3.2.1 Распространение ПМСВ в однородном ферромагнитном волноводе ограниченной ширины

Используя стандартные приближения магнитостатики (см. Разд. 1.1.1), рассмотрим распространение ПОМСВ (см. Разд. 1.1.3) в ферромагнитном волноводе ограниченной ширины w . Благодаря этому магнитостатический потенциал нужно искать в виде $\varphi = f(x)g(z)e^{i(\nu ky - \omega t)}$ с более полным уравнение Уокера:

$$(\mu(\partial_{xx}^2 + \partial_{yy}^2) + \partial_{zz})\varphi(x, y, z) = 0 \quad (3.36)$$

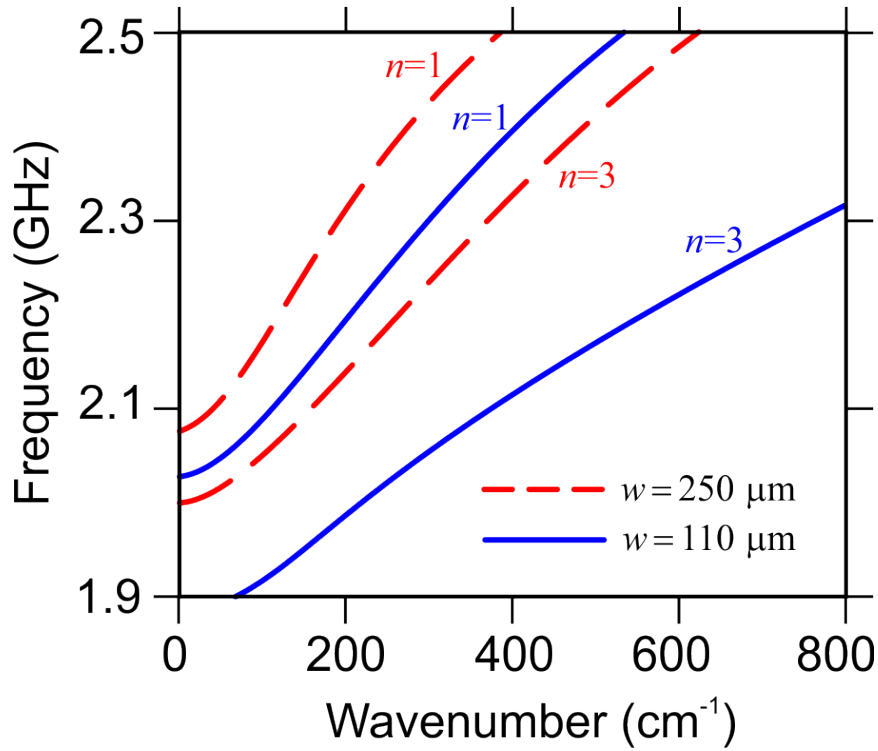


Рисунок 35 — Сдвиг дисперсионных кривых двух низших четных мод ПМСВ, распространяющихся в однородном ограниченном по ширине волноводе при изменении ширины волновода с 250 мкм (красная пунктирная линия) до 110 мкм (синяя сплошная линия)

Согласно [148; 149] в большинстве экспериментальных задач граничные условия на краях ферромагнитной пленки ($z = \pm w/2$) можно считать привязкой магнитных моментов, то есть $B_x = B_y = 0$. При этом предположении после решения (3.36) с подходящими граничными условиями можно выразить функцию сечения поля волны как:

$$g_n(z) = \left[e_n \sin\left(\frac{\pi n}{w} z\right) + (1 - e_n) \cos\left(\frac{\pi n}{w} z\right) \right],$$

$$e_n = \begin{cases} 1, & n \text{ четно,} \\ 0, & n \text{ нечетно.} \end{cases} \quad (3.37)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$. В то время как толщинный профиль поля имеет вид:

$$f_n(x) = \begin{cases} \varphi_0(1 + p_n(\nu)e^{Md})e^{-Nx}, & d < x, \\ \varphi_0(e^{-Mx} + p_n(\nu)e^{-Md}e^{Mx}), & 0 < x < d, \\ \varphi_0(1 + p(\nu)e^{-Md})e^{Nx}, & x < 0. \end{cases} \quad (3.38)$$

где $M^2 = (\frac{\pi n}{w})/\mu + k^2$ и $N^2 = (\frac{\pi n}{w}) + k^2$ это поперечные волновые числа в пленке и вне ее соответственно. Новый коэффициент смещения поля $p_n(\nu)$:

$$p_n(\nu) = \frac{\mu M - N - \nu \mu_a k}{\mu M + N + \nu \mu_a k} e^{-Md} = \frac{\mu M + N - \nu \mu_a k}{\mu M - N + \nu \mu_a k} e^{Md} \quad (3.39)$$

Как известно, ограничение пространственных размеров волновода приводит к появлению набора собственных мод (Рис. 35):

$$e^{2Md} = \frac{(\mu M - N)^2 - (\mu_a k)^2}{(\mu M + N)^2 - (\mu_a k)^2} \quad (3.40)$$

Согласно Рис. 35 у ширинных мод разные ω_n^{min} . На самом деле эта разница имеет обратную зависимость от ширины волновода. И, следовательно, также есть частоты отсечки, так что спектральный состав ширинных мод может контролироваться вариацией ширины волновода. Также следует отметить, что решения, соответствующие $n = 0$ являются фиктивными и в реальных структурах не могут быть возбуждены. При этом приближении поле ПМСВ, распространяющейся в регулярном волноводе конечной ширины может быть выражено в виде:

$$\varphi(x, y, z) = \sum_{n=1,2,3\dots} C_n f_n(x) g_n(z) e^{i(k_n y - \omega t)} \quad (3.41)$$

где амплитудные коэффициенты C_n постоянны и зависят только от схемы возбуждения волн.

3.2.2 Распространение ПМСВ в однородном ферромагнитном волноводе переменной ширины

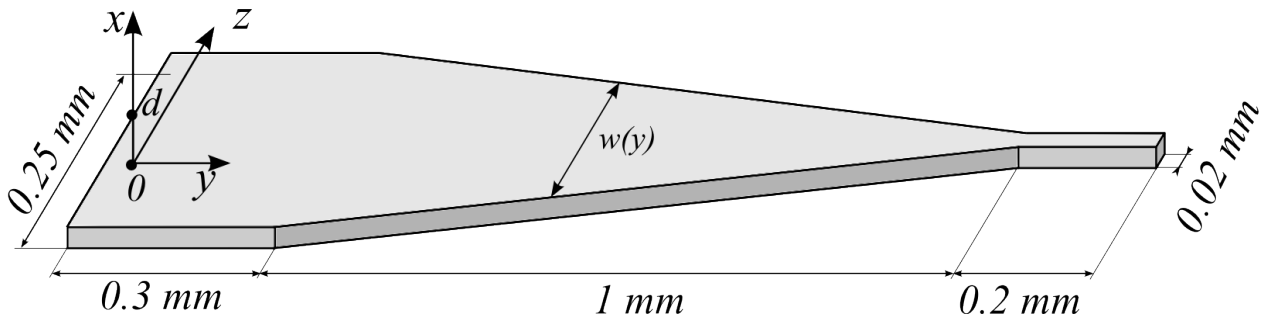


Рисунок 36 — Распространение ПМСВ нерегулярном волноводе

Метод Галеркина может применен к нерегулярным волноводам разных видов [110; 111] (асимметричным, изогнутым, расщепленным), но в данном раз-

деле рассмотрен случай симметричного пространственно ограниченного волновода с участком плавного изменения ширины (см. Рис. 36). ПМСВ могут быть возбуждены полосковой антенной, которая в основном возбуждает низшую четную моду ($n = 1$). С учетом того, что в таком симметричном волноводе благодаря неоднородностям волновода могут возбуждаться только четные моды, можно рассматривать в нашей модели только четные моды ПМСВ с $n = 1, 3, 5, \dots$. Здесь следует отметить, что четные моды (с $g(z) = g(-z)$ в (3.37)) соответствуют нечетным номерам $n = 1, 3, 5$ и наоборот. С этого момента будем использовать слово четная мода для мод с $n = 1, 3, 5$, подразумевая четность ее шириной функции сечения.

В сечении $y = \zeta$ в неоднородном волноводе ширина волновода равняется $w(\zeta)$. Выбирая рабочую частоту большей, чем ω_1^{min} , и удовлетворяя условиям распространения мод, можно переписать (3.41) в виде:

$$\varphi(x, \zeta, z) = \sum_{n=1,3,5\dots} C_n^\zeta f_n^\zeta(x) g_n^\zeta(z) \quad (3.42)$$

Так как зависимость поля каждой моды от координаты вдоль оси Oy имеет вид (3.41), то:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = i \sum_{n=1,3,5\dots} k_n^\zeta C_n^\zeta f_n^\zeta(x) g_n^\zeta(z) \quad (3.43)$$

Подставляя разложение (3.42) в (3.43) и (3.43) в (3.36), получаем:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1,3,5\dots} (C_n'(y) + ik_n C_n(y)) f_n(x, y) g_n(y, z) = \\ & = \sum_{n=1,3,5\dots} C_n(y) f_n(x, y) \frac{\partial g_n(y, z)}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.44)$$

В уравнении (3.44) только шириная функция сечения моды зависит от z . Чтобы исключить эту зависимость, последовательно умножим уравнение (3.44) на функции g_m и проинтегрируем их по оси Oz . Благодаря ортогональности набора шириных функций (3.38) уравнения на амплитуды мод принимают вид:

$$C_n'(y) = \sum_{m=1,3,5\dots} S_{nm}(y) C_m(y) \quad (3.45)$$

с коэффициентами связи:

$$\begin{aligned}
S_{nm}^{m \neq n}(y) &= \frac{K \cdot w'(y)}{k_n(k_n - k_m)} g_n g_n|_{z=0} \\
&\cdot \exp \left[-i \left(\int_0^y k_m dy - \int_0^y k_n dy \right) \right], \\
S_{nn}(y) &= \frac{K \cdot w'(y)}{2k_n^2} g_n^2|_{z=0},
\end{aligned} \tag{3.46}$$

где

$$K = \frac{\omega^4}{M^2 - N^2}.$$

Чтобы найти $C_n(y)$ применяем граничные условия при $y = 0$ (см. Рис. 36) к дифференциальному уравнению (3.45), которые определяют поле волны в начале структуры:

$$\sum_{n=1,3,5\dots} C_n(0) f_n(x,0) g_n(0,z) = \varphi(x,0,z) \tag{3.47}$$

где $\varphi(x,0,z)$ это распределение поля в начале волновода и зависит от техники возбуждения волн.

Решая систему дифференциальных уравнений (3.45) численно, и учитывая граничные условия (3.47) получаем амплитуды мод $C_n(z)$.

3.2.3 Связь мод в неоднородном волноводе

Рассмотрим структуру, показанную на Рис. 36 с соответствующими геометрическими размерами (все размеры структуры показаны в одном масштабе, за исключением толщины пленки $d = 10 \mu\text{м}$). Этот узкий ферромагнитный волновод сделан из ЖИГа с намагниченностью насыщения $4\pi M_s = 1350 \text{ Э}$, расположенного на диэлектрической подложке, намагниченного внешним магнитным полем $\vec{H}_{ext} = 340 \text{ Э}$. ПМСВ возбуждаются на частоте $f_1 = 2.24 \text{ ГГц}$ в начале структуры $y = 0$ стандартной микрополосковой антенной и, следовательно, граничные условия могут быть выражены как:

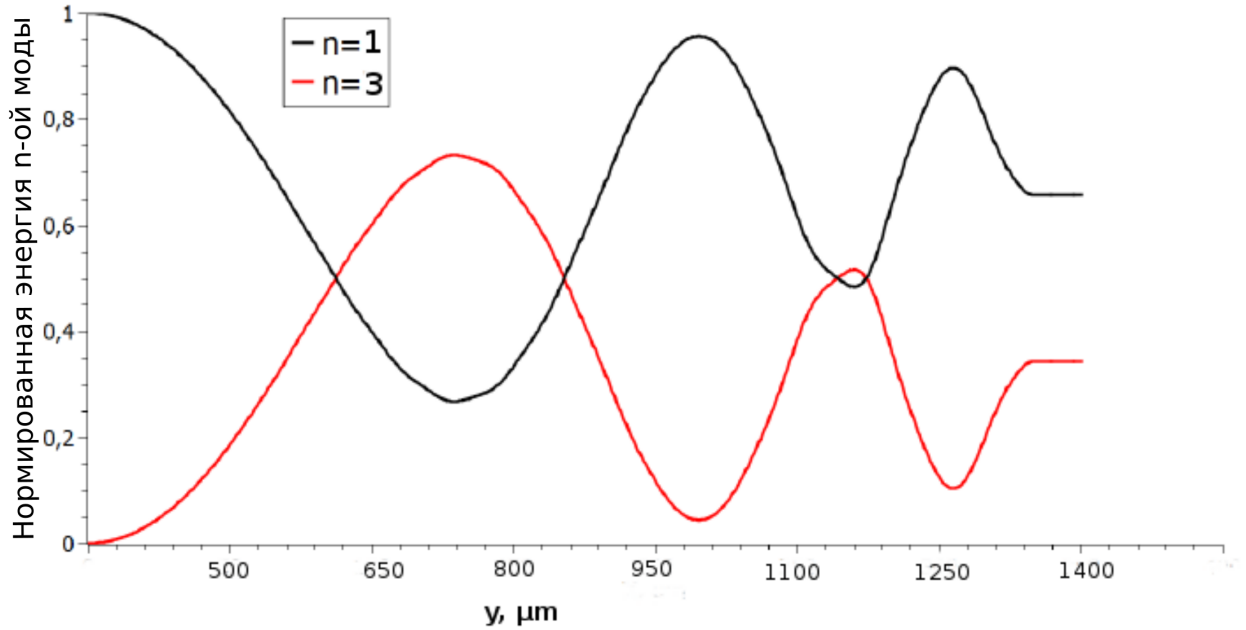


Рисунок 37 — Связь мод ПМСВ в неоднородном волноводе (черная и красная линия соответствуют первой и третьей четной моде соответственно)

$$C_n(0) = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

Применяя метод, описанный в Разд. 3.2.2 для решения дифференциального уравнения (3.45) с граничными условиями (3.48) получаем связь мод в неоднородном волноводе (см. Рис. 37). С выбранными параметрами возбуждаться будут только две низшие четные моды с $n = 1, 3$ (передача энергии от моды с $n = 1$ модам с $n = 5, 7, \dots$ получается пренебрежимо малой).

Из Рис. 37 видно, что довольно плавное изменение ширины волновода может привести к существенной связи мод (передача вплоть до 70% энергии). Следовательно амплитуды ширинных мод могут быть сравнимы, даже если возбуждается лишь низшая мода. Это означает что в любом реальном пространственно ограниченном волноводе эффект квантования спектра должен быть подробно исследован, из-за его существенного влияния на распространение спиновых волн. На Рис. 38 построено распределение магнитостатического потенциала ПМСВ в неоднородном волноводе, из которого видны биения, вызванные пространственной интерференцией. Причем для двух близких частот (a) $f_1 = 2.24$ ГГц и b) $f_2 = 2.3$ ГГц эти распределения существенно различа-

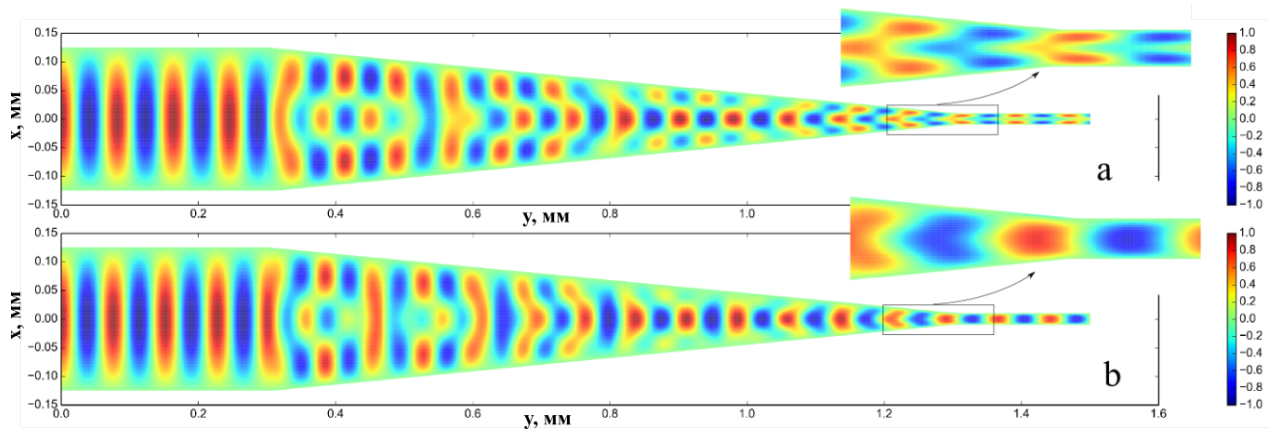


Рисунок 38 — Распределение магнитостатического потенциала ПМСВ в неоднородном волноводе на частотах а) $f_1=2.24$ ГГц и б) $f_2=2.3$ ГГц

ются. На обоих рисунках ПМСВ в начале сужающегося участка представлены модой с $n = 1$, а мода с $n = 3$ возбуждается только в неоднородном участке ($0.3 \text{ мм} < y < 1.3 \text{ мм}$). Так как частоты возбуждения различны, то и волновые числа мод получаются разными и это приводит к изменению интерференционной картины. Ясно видно, что на частоте f_1 в выходном сигнале преобладает мода с $n = 3$, в то время как на частоте f_2 основная энергия волны сконцентрирована в моде с $n = 1$. Схожий эффект можно было бы получить при фиксировании частоты и отстройке внешнего магнитного поля \vec{H}_{ext} . Другими словами, эффект пространственного ограничения существенен для рассмотрения микро- и наноразмерных структур, так как он может существенно повлиять на динамику распространения ПМСВ.

Следует также акцентировать внимание на плотности энергии ПМСВ. Все вышеупомянутые результаты были получены для нормализованных функций поля, где поток энергии моды n нормирован на поток энергии моды с $n = 1$ в начале волновода. Это означает, что средняя плотность энергии ПМСВ (без рассмотрения биений) в сечении $y = \zeta$ может быть оценена как $E(\zeta) = E(0) \frac{w(0)}{w(\zeta)}$. В любой реальной системе следует учитывать потери при распространении, и не получится увеличить плотность энергии волны на порядок уменьшив сечение волновода, однако, параметры структуры могут быть подобраны, чтобы компенсировать потери фокусировкой ПМСВ или даже повысить плотность энергии вплоть до порога нелинейности.

3.3 Выводы

В данной главе рассмотрены задачи о распространении акустических и магнитостатических спиновых волн в неоднородных волноведущих структурах. А именно, рассмотрены слоистые волноведущие структуры переменной толщины из упругих материалов и акустических метаматериалов, а также неоднородные ферромагнитные волноводы переменной ширины.

Для решения задачи о распространении ПАВЛ в слоистых волноведущих структурах переменной толщины из упругих материалов и акустических метаматериалов была разработана математическая модель, основанная на методе Галеркина. С помощью этой модели было показано, что ширинные моды волновода оказываются связанными и эта связь оказывается достаточно существенной, чтобы влиять на распространение волн в неоднородном волноводе. Было показано, что для ширинных мод, кроме фундаментальной, существуют точки отсечки, после которых распространяющиеся моды превращаются в вытекающие, энергии которых высвечивается в объем. Положение этого критического сечения зависит от частоты, а значит волны разных частот могут быть пространственно разделены. Для того чтобы усилить эффект разделения по частоте в структуру добавлены акустические метаматериалы, представляющие собой набор цилиндрических включений в упругой матрице. Параметры акустического метаматериала найдены с помощью приближения когерентного потенциала.

Для решения задачи о распространении ПМСВ в неоднородных ферромагнитных волноводах переменной ширины была взят метод, разработанный в прошлой главе и адаптирован для случая магнитостатических спиновых волн. С помощью адаптированного метода было также показано, что ширинные моды спиновых волн оказываются связанными. Благодаря перекачке энергии между модами и многомодовому режиму распространения, динамика ПМСВ в неоднородном волноводе существенно отличается от случая неограниченного по ширине волновода. В результате образуется пространственная интерференция ширинных мод ПМСВ с соответствующими биениями. Меняя частоту возбуждения ПМСВ или внешнее поле, можно управлять модовым составом на выходе из неоднородного волновода.

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. На основе метода многократного рассеяния создана теория распространения прямых объемных магнитостатических спиновых волн в нормально намагниченном двумерном магнетонном кристалле. Получены дисперсионные кривые и распределение поля спиновых волн. Обнаружено возникновение краевых вращательных состояний - краевых магнетонов в таких структурах.
2. Исследованы различные виды касательно намагниченных одномерных магнетонных кристаллов (бикомпонентные магнетонные кристаллы, бикомпонентные магнетонные кристаллы с металлизацией, микроструктурированные ферромагнитные пленки). С помощью метода разложения по плоским волнам показано, что в одномерных магнетонных кристаллах распространение поверхностных магнитостатических спиновых волн является невзаимным, то есть дисперсионные характеристики волн, распространяющихся в противоположных направлениях различны, что является проявлением гиротропности ферромагнитных сред.
3. Аналитически решена задача о распространении поверхностных магнитостатических спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах конечной длины. С помощью разработанной на базе метода матриц передачи теории показано, что зонная структура дисперсии волн в таких структурах формируется уже на нескольких периодах структуры.
4. Исследовано распространение поверхностных акустических волн Лява в неоднородных слоистых средах, содержащих акустические метаматериалы. С помощью созданной теории, основанной на методе сечений, показано, что в волноведущей структуре с переменной толщиной возникает пространственное разделение волн по частоте. Использование акустического метаматериала с резонансными характеристиками материальных параметров на частоте акустических волн позволяет существенно усилить и сделать практически реализуемым эффект разделения мод акустических волн.
5. Исследовано распространение поверхностных магнитостатических спиновых волн в ограниченных ферромагнитных волноводах переменной

ширины. Вследствие неоднородности волновода возникает перекачка энергии между ширинными модами, что существенно влияет (перекачка более половины энергии моды) на характер распространения волн в таких структурах благодаря пространственной интерференции.

В заключении автор выражает благодарность и большую признательность своему научному руководителю Никитову С.А. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Я благодарен сотрудникам Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН за всестороннюю помощь и плодотворную рабочую атмосферу при выполнении настоящей работы.

Список литературы

1. Magnon spintronics / Chumak A. V. [et al.] // Nat Phys. — 2015. — June. — Vol. 11, no. 6. — P. 453–461.
2. *Kruglyak V. V., Demokritov S. O., Grundler D.* Magnonics // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2010. — Vol. 43, no. 26. — P. 264001.
3. *Zutic Igor, Fuhrer Michael* Spintronics: A path to spin logic // Nat Phys. — 2005. — Nov. — Vol. 1, no. 2. — P. 85–86. — 10.1038/nphys164.
4. *Neusser S., Grundler D.* Magnonics: Spin Waves on the Nanoscale // Adv. Mater. — 2009. — T. 21. — C. 2927.
5. The building blocks of magnonics / B. Lenk [et al.] // Physics Reports. — 2011. — Vol. 507, no. 4–5. — P. 107–136.
6. The 2014 Magnetism Roadmap / R. L. Stamps [et al.] // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2014. — Vol. 47, no. 33. — P. 333001.
7. *Tserkovnyak Y., Brataas A., Bauer G. E. W.* Enhanced Gilbert Damping in Thin Ferromagnetic Films // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Feb. — Vol. 88, issue 11. — P. 117601.
8. *Ralph D., Stiles M.* Spin transfer torques // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2008. — Vol. 320, no. 7. — P. 1190–1216.
9. Magnon band structure of periodic composites / J. O. Vasseur [et al.] // Phys. Rev. B. — 1996. — July. — Vol. 54, issue 2. — P. 1043–1049.
10. *Nikitov S., Tailhades P., Tsai C.* Spin waves in periodic magnetic structures - magnonic crystals // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2001. — Vol. 236, no. 3. — P. 320–330.
11. *Yablonovitch E.* Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics // Phys. Rev. Lett. — 1987. — May. — Vol. 58, issue 20. — P. 2059–2062.
12. Propagation Characteristics of Magnetostatic Volume Waves in One-Dimensional Magnonic Crystals with Oblique Incidence / K. H. Chi [et al.] // IEEE Transactions on Magnetics. — 2011. — Oct. — Vol. 47, no. 10. — P. 3708–3711.

13. Tuning the band structures of a one-dimensional width-modulated magnonic crystal by a transverse magnetic field / K. Di [et al.] // Journal of Applied Physics. — 2014. — Vol. 115, no. 5. — P. 053904.
14. Spin-wave propagation in a microstructured magnonic crystal / A. V. Chumak [et al.] // Applied Physics Letters. — 2009. — Vol. 95, no. 26. — P. 262508.
15. Partial frequency band gap in one-dimensional magnonic crystals / M. Kostylev [et al.] // Applied Physics Letters. — 2008. — Vol. 92, no. 13. — P. 132504.
16. A micro-structured ion-implanted magnonic crystal / B. Obry [et al.] // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 102, no. 20.
17. Magnonic band gaps in waveguides with a periodic variation of the saturation magnetization / F. Ciubotaru [et al.] // Phys. Rev. B. — 2013. — Oct. — Vol. 88, issue 13. — P. 134406.
18. *Seshadri S.* Surface magnetostatic modes of a ferrite slab // Proceedings of the IEEE. — 1970. — Vol. 58, no. 3. — P. 506–507.
19. *Khitun A., Bao M., Wang K.* Spin Wave Magnetic NanoFabric: A New Approach to Spin-Based Logic Circuitry // Magnetism, IEEE Transactions on. — 2008. — Sept. — Vol. 44, no. 9. — P. 2141–2152.
20. Magnonic beam splitter: The building block of parallel magnonic circuitry / A. V. Sadovnikov [et al.] // Applied Physics Letters. — 2015. — Vol. 106, no. 19.
21. Cross Junction Spin Wave Logic Architecture / K. Nanayakkara [et al.] // Magnetism, IEEE Transactions on. — 2014. — Nov. — Vol. 50, no. 11. — P. 1–4.
22. *Lee K.-S., Kim S.-K.* Conceptual design of spin wave logic gates based on a Mach–Zehnder-type spin wave interferometer for universal logic functions // Journal of Applied Physics. — 2008. — Vol. 104, no. 5. —
23. Pattern recognition with magnonic holographic memory device / A. Kozhevnikov [et al.] // Applied Physics Letters. — 2015. — Vol. 106, no. 14. — P. 142409.

24. *Demidov V., Demokritov S.* Magnonic Waveguides Studied by Microfocus Brillouin Light Scattering // *Magnetics, IEEE Transactions on.* — 2015. — Apr. — Vol. 51, no. 4. — P. 1–15.
25. *A.G. Gurevich G. M.* Magnetization Oscillations and Waves. — CRC Press, 1996.
26. *Kaczér J., Murtinová L.* On the demagnetizing energy of periodic magnetic distributions // *Physica Status Solidi (a).* — 1974. — May. — Vol. 23, no. 1. — P. 79–86.
27. *Daniel D. Stancil A. P.* Spin Waves. Theory and applications. — Springer, 2009.
28. *Yashiro K., Guan N., Ohkawa S.* Reflection of magnetostatic surface waves by a metal half-plane // *Microwave Conference Proceedings, 1993. APMC '93., 1993 Asia-Pacific. T. 2.* — 1993. —
29. *Nikitov S., Tailhades P., Tsai C.* Spin waves in periodic magnetic structures—magnonic crystals // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* — 2001. — Т. 236, № 3. — С. 320–330.
30. Magnon band structure of periodic composites / J. O. Vasseur [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Июль. — Т. 54, вып. 2. — С. 1043–1049.
31. *Krauss T. F., Rue R. M. D. L.* Photonic crystals in the optical regime — past, present and future // *Progress in Quantum Electronics.* — 1999. — Т. 23, № 2. — С. 51–96.
32. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Second Edition) / J. Joannopoulos [и др.].* — Princeton : Princeton University Press, 2011.
33. Enhanced magneto-optical effects in magnetoplasmonic crystals / I. BelotelovV. [и др.] // *Nat Nano.* — 2011. — Июнь. — Т. 6, № 6. — С. 370–376.
34. An approach for analysis of magnetostatic volume waves in magnonic crystals / К. Н. Chi [и др.] // *Journal of Applied Physics.* — 2011. — Т. 109, № 7.

35. Propagation Characteristics of Magnetostatic Volume Waves in One-Dimensional Magnonic Crystals with Oblique Incidence / K. Chi [и др.] // *Magnetics, IEEE Transactions on.* — 2011. — Окт. — Т. 47, № 10. — С. 3708—3711.
36. Tuning the band structures of a one-dimensional width-modulated magnonic crystal by a transverse magnetic field / K. Di [и др.] // *Journal of Applied Physics.* — 2014. — Т. 115, № 5.
37. Scattering of backward spin waves in a one-dimensional magnonic crystal / A. V. Chumak [и др.] // *Applied Physics Letters.* — 2008. — Т. 93, № 2.
38. Partial frequency band gap in one-dimensional magnonic crystals / M. Kostylev [и др.] // *Applied Physics Letters.* — 2008. — Т. 92, № 13.
39. Observation of frequency band gaps in a one-dimensional nanostructured magnonic crystal / Z. K. Wang [и др.] // *Applied Physics Letters.* — 2009. — Т. 94, № 8.
40. *Krawczyk M.* Magnetostatic Waves in One-Dimensional Magnonic Crystals With Magnetic and Nonmagnetic Components // *Magnetics, IEEE Transactions on.* — 2008. — Ноябрь. — Т. 44, № 11. — С. 2854—2857.
41. *Kumar N., Prabhakar A.* Spin Wave Dispersion in Striped Magnonic Waveguide // *Magnetics, IEEE Transactions on.* — 2013. — Март. — Т. 49, № 3. — С. 1024—1028.
42. Magnonic band structures in two-dimensional bi-component magnonic crystals with in-plane magnetization / M. Krawczyk [и др.] // *Journal of Physics D: Applied Physics.* — 2013. — Т. 46, № 49. — С. 495003.
43. *Krawczyk M., Puzkarski H.* Plane-wave theory of three-dimensional magnonic crystals // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Февр. — Т. 77, вып. 5. — С. 054437.
44. *Stratton J.* *Electromagnetic Theory.* — McGraw-Hill New York, 1941.
45. *Vandenbem C., Vigneron J. P.* Mie resonances of dielectric spheres in face-centered cubic photonic crystals // *J. Opt. Soc. Am. A.* — 2005. — Июнь. — Т. 22, № 6. — С. 1042—1047.

46. The Fano resonance in plasmonic nanostructures and metamaterials / B. Luk'yanchuk [и др.] // Nature Materials. — 2010. — Август. — Т. 9, № 9. — С. 707—715.
47. Matryoshka locally resonant sonic crystal / D. P. Elford [и др.] // The Journal of the Acoustical Society of America. — 2011. — Т. 130, № 5. — С. 2746.
48. *Khelif A., Achaoui Y., Aoubiza B.* Locally Resonant Structures for Low Frequency Surface Acoustic Band Gap Applications // Acoustic Metamaterials / под ред. R. Craster, S. Guenneau. — Dordrecht Heidelberg New York London : Springer-Verlag, 2013. — С. 43—59.
49. *Lisenkov I. V., Popov R. S., Nikitov S. A.* Acoustic wave propagation in fluid metamaterial with solid inclusions // Applied Physics A. — 2011. — ИЮНЬ. — Т. 103, № 3. — С. 921—925.
50. *Smith D. R., Pendry J. B., Wiltshire M. C. K.* Metamaterials and Negative Refractive Index // Science. — 2004. — Т. 305, № 5685. — С. 788—792. — eprint: <http://science.sciencemag.org/content/305/5685/788.full.pdf>.
51. *Caloz C., Itoh T.* Electromagnetic metamaterials: Transmission line theory and microwave applications. — Wiley-interscience, 2006.
52. *Solymar L., Shamonina E.* Waves in metamaterials. — Oxford University Press Inc., 2009.
53. *Veselago V. G.* The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ // Soviet Physics Uspekhi. — 1968. — Jan. — Vol. 10. — P. 509.
54. *Shelby R. A., Smith D. R., Schultz S.* Experimental Verification of a Negative Index of Refraction // Science. — 2001. — Т. 292, № 5514. — С. 77—79. — eprint: <http://www.sciencemag.org/content/292/5514/77.full.pdf>.
55. The science of negative index materials / C. M. Soukoulis [и др.] // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2008. — Т. 20, № 30. — С. 304217.
56. *Pendry J. B., Schurig D., Smith D. R.* Controlling Electromagnetic Fields // Science. — 2006. — Т. 312, № 5781. — С. 1780—1782. — eprint: <http://www.sciencemag.org/content/312/5781/1780.full.pdf>.
57. *Chen H., Chan C. T., Sheng P.* Transformation optics and metamaterials // Nat Mater. — 2010. — Т. 9, вып. 5. — С. 387—396.

58. *Smolyaninov I. I., Hung Y.-J., Davis C. C.* Magnifying Superlens in the Visible Frequency Range // *Science*. — 2007. — Т. 315, № 5819. — С. 1699—1701. — eprint: <http://www.sciencemag.org/content/315/5819/1699.full.pdf>.
59. *Jacob Z., Alekseyev L. V., Narimanov E.* Optical Hyperlens: Far-field imaging beyond the diffraction limit // *Opt. Express*. — 2006. — Сент. — Т. 14, № 18. — С. 8247—8256.
60. Optical cloaking with metamaterials / W. Cai [и др.] // *Nat Photon*. — 2007. — Апр. — Т. 1, № 4. — С. 224—227. — 10.1038/nphoton.2007.28.
61. Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies / D. Schurig [и др.] // *Science*. — 2006. — Т. 314, № 5801. — С. 977—980. — eprint: <http://www.sciencemag.org/content/314/5801/977.full.pdf>.
62. *Seddon N., Bearpark T.* Observation of the Inverse Doppler Effect // *Science*. — 2003. — Т. 302, № 5650. — С. 1537—1540. — eprint: <http://www.sciencemag.org/content/302/5650/1537.full.pdf>.
63. Metamaterial metal-based bolometers / F. B. P. Niesler [и др.] // *Applied Physics Letters*. — 2012. — Т. 100, № 20. — С. 203508.
64. Locally Resonant Sonic Materials / Z. Liu [и др.] // *Science*. — 2000. — Сент. — Т. 289. — С. 1734—1736.
65. *Li J., Chan C. T.* Double-negative acoustic metamaterial // *Phys. Rev. E*. — 2004. — Ноябрь. — Т. 70, вып. 5. — С. 055602.
66. Composite Acoustic Medium with Simultaneously Negative Density and Modulus / S. H. Lee [и др.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Февр. — Т. 104, вып. 5. — С. 054301.
67. *Zhou X., Liu X., Hu G.* Elastic metamaterials with local resonances: an overview // *Theoretical and Applied Mechanics Letters*. — 2012. — Т. 2, № 4. — С. 041001.
68. Negative Effective Gravity in Water Waves by Periodic Resonator Arrays / X. Hu [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2011. — Апр. — Т. 106, № 17.
69. Negative refraction of acoustic waves using a foam-like metallic structure / A.-C. Hladky-Hennion [и др.] // *Applied Physics Letters*. — 2013. — Т. 102, № 14. — С. 144103.

70. Surface resonant states and superlensing in acoustic metamaterials / M. Ambati [и др.] // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Май. — Т. 75, вып. 19. — С. 195447.
71. *Cummer S. A., Schurig D.* One path to acoustic cloaking // *New Journal of Physics.* — 2007. — Т. 9, № 3. — С. 45.
72. Acoustic cloak/anti-cloak device with realizable passive/active metamaterials / H. Shen [и др.] // *Journal of Physics D: Applied Physics.* — 2012. — Т. 45, № 28. — С. 285401.
73. *Lisenkov I., Nikitov S.* The complex Doppler effect in double negative media // *Journal of Communications Technology and Electronics.* — 2011. — Т. 56, вып. 6. — С. 687—689. — 10.1134/S1064226911060131.
74. *Chen T., Li S., Sun H.* Metamaterials Application in Sensing // *Sensors.* — 2012. — Т. 12, № 3. — С. 2742—2765.
75. *Taya S., Shabat M., Khalil H.* Enhancement of sensitivity in optical waveguide sensors using left-handed materials // *Optik - International Journal for Light and Electron Optics.* — 2009. — Т. 120, № 10. — С. 504—508.
76. Metamaterial filter for the near-visible spectrum / H. Butt [и др.] // *Applied Physics Letters.* — 2012. — Т. 101, № 8. — С. 083106.
77. *Ding C., Hao L., Zhao X.* Two-dimensional acoustic metamaterial with negative modulus // *Journal of Applied Physics.* — 2010. — Т. 108, № 7. — С. 074911.
78. An elastic metamaterial with simultaneously negative mass density and bulk modulus / X. N. Liu [и др.] // *Applied Physics Letters.* — 2011. — Т. 98, № 25. — С. 251907.
79. Three-dimensional labyrinthine acoustic metamaterials / T. Frenzel [и др.] // *Applied Physics Letters.* — 2013. — Т. 103, № 6. — С. 061907.
80. Magnonics: a new research area in spintronics and spin wave electronics / S. A. Nikitov [et al.] // *Phys. Usp.* — 2015. — Vol. 58, no. 10.
81. Realization of spin-wave logic gates / T. Schneider [et al.] // *Applied Physics Letters.* — 2008. — Vol. 92, no. 2. — P. 022505.

82. Magnonic Bandgap Control in Coupled Magnonic Crystals / M. Morozova [et al.] // *Magnetics, IEEE Transactions on.* — 2014. — Nov. — Vol. 50, no. 11. — P. 1–4.
83. *Seshadri S.* Magnetic Waves Guided by a Linearly Tapered Yig Film // *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on.* — 1981. — Февр. — Т. 29, № 2. — С. 96–101.
84. *Tsutsumi M., Tanaka K., Kumagai N.* Group delay characteristics of magnetostatic forward volume waves in a nonuniformly magnetized YIG film // *Magnetics, IEEE Transactions on.* — 1986. — Сент. — Т. 22, № 5. — С. 853–855.
85. Excitation of short-wavelength spin waves in magnonic waveguides / V. E. Demidov [и др.] // *Applied Physics Letters.* — 2011. — Т. 99, № 8. —
86. *Oyhenart L., Vignéras V.* Overview of Computational Methods for Photonic Crystals // *Photonic Crystals - Introduction, Applications and Theory /* под ред. A. Massaro. — InTech, 2012. — Гл. 13.
87. Rayleigh Multipole Methods for Photonic Crystal Calculations / L. C. Botten [et al.] // *Progress In Electromagnetics Research.* — 2003. — Vol. 41. — P. 21–60.
88. *Nicorovici N. A., McPhedran R. C., Botten L. C.* Photonic band gaps for arrays of perfectly conducting cylinders // *Phys. Rev. E.* — 1995. — Июль. — Т. 52, № 1. — С. 1135–1145.
89. Elastic wave propagation in a microstructured acoustic fiber / S. Nikitov [и др.] // *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control.* — 2008. — Авг. — Т. 55, № 8. — С. 1831–1839.
90. Multiple scattering of electromagnetic waves by an array of parallel gyrotropic rods / V. A. Eskin [и др.] // *Phys. Rev. E.* — 2012. — Дек. — Т. 86, № 6. — С. 067601.
91. Local density of states of chiral Hall edge states in gyrotropic photonic clusters / A. A. Asatryan [и др.] // *Physical Review B.* — 2013. — Июль. — Т. 88, № 3.
92. *Sheng P.* Introduction to Wave Scattering, Localization and Mesoscopic Phenomena: Localization and Mesoscopic Phenomena. — Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 2006. — (Materials science).

93. Acoustic band structure of periodic elastic composites / M. S. Kushwaha [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 1993. — Сент. — Т. 71, вып. 13. — С. 2022—2025.
94. *Tanaka Y., Tamura S.-i.* Acoustic stop bands of surface and bulk modes in two-dimensional phononic lattices consisting of aluminum and a polymer // Phys. Rev. B. — 1999. — Ноябрь. — Т. 60, вып. 19. — С. 13294—13297.
95. Experimental and Theoretical Evidence for the Existence of Absolute Acoustic Band Gaps in Two-Dimensional Solid Phononic Crystals / J. O. Vasseur [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Апрель. — Т. 86, вып. 14. — С. 3012—3015.
96. Full band gap for surface acoustic waves in a piezoelectric phononic crystal / V. Laude [и др.] // Phys. Rev. E. — 2005. — Март. — Т. 71, вып. 3. — С. 036607.
97. Elastic waves in periodic and non-periodic sets of hollow cylinders / S. A. Nikitov [и др.] // AIP Conference Proceedings / под ред. В. Enflo, С. М. Hedberg, L. Kari. — American Institute of Physics, 2008. — С. 287—290.
98. Numerical Methods in Micromagnetics (Finite Element Method) // Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials. — John Wiley & Sons, Ltd, 2007.
99. A Systematic Approach to Multiphysics Extensions of Finite-Element-Based Micromagnetic Simulations: Nmag / Т. Fischbacher [и др.] // IEEE Transactions on Magnetics. — 2007. — Июнь. — Т. 43, № 6. — С. 2896—2898.
100. *Kakay A., Westphal E., Hertel R.* Speedup of FEM Micromagnetic Simulations With Graphical Processing Units // IEEE Transactions on Magnetics. — 2010. — Июнь. — Т. 46, № 6. — С. 2303—2306.
101. Scalable parallel micromagnetic solvers for magnetic nanostructures / W. Scholz [и др.] // Computational Materials Science. — 2003. — Т. 28, № 2. — С. 366—383. — Proceedings of the Symposium on Software Development for Process and Materials Design.
102. FastMag: Fast micromagnetic simulator for complex magnetic structures (invited) / R. Chang [и др.] // Journal of Applied Physics. — 2011. — Т. 109, № 7. — С. 07D358. — eprint: <http://dx.doi.org/10.1063/1.3563081>.

103. *Mathews J., Walker R. L.* Mathematical methods of physics. — New York : W. A. Denjamin, 1965. — С. 2627.
104. *Hartog A. H., Adams M. J.* On the accuracy of the WKB approximation in optical dielectric waveguides // Optical and Quantum Electronics. — 1977. — Т. 9, ВЫП. 3. — С. 223—232. — 10.1007/BF00619733.
105. *Janta J., Astyroka J.* On the accuracy of WKB analysis of TE and TM modes in planar graded-index waveguides // Optics Communications. — 1978. — Т. 25, № 1. — С. 49—52.
106. *Auld B. A.* Acoustic field and waves in solids. Т. 2. — A Wiley-interscience publication, 1973.
107. *Asi A., Shafai L.* Multiple mode analysis of waveguides using compact FDTD // Antennas and Propagation Society International Symposium, 1993. AP-S. Digest. — ИЮНЬ 1993. — 360—363 vol.1.
108. *Israel M., Miniowitz R.* Hermitian finite-element method for inhomogeneous waveguides // Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on. — 1990. — СЕНТ. — Т. 38, № 9. — С. 1319—1327.
109. *Shevchenko V.* The expansion of the fields of open waveguides in proper and improper modes // Radiophysics and Quantum Electronics. — 1971. — Т. 14, ВЫП. 8. — С. 972—977.
110. *Shevchenko V.* Continuous transitions in open waveguides: introduction to the theory. — Golem Press, 1971. — (The Golem series in electromagnetics).
111. *Katsenelenbaum B.* Theory of Nonuniform Waveguides: The Cross-Section Method. — Institution of Electrical Engineers, 1998. — (Iee Electromagnetic Waves Series).
112. *Mikhlin S. G.* Variational methods in mathematical physics, — Oxford; New York : Pergamon Press; [distributed by Macmillan, New York], 1964.
113. *Fletcher C. A. J.* Computational Galerkin Methods // Computational Galerkin Methods. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1984. — С. 72—85.
114. *Lisenkov I., Kalyabin D., Nikitov S.* Edge rotational magnons in magnonic crystals // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 103, no. 20.

115. *Chui S. T., Liu S., Lin Z.* Reflected wave of finite circulation from magnetic photonic crystals // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2010. — Май. — Т. 22, № 18. — С. 182201.
116. *Haldane F., Raghu S.* Possible Realization of Directional Optical Waveguides in Photonic Crystals with Broken Time-Reversal Symmetry // *Physical Review Letters*. — 2008. — ЯНВ. — Т. 100, № 1.
117. *Ao X., Lin Z., Chan C.* One-way edge mode in a magneto-optical honeycomb photonic crystal // *Physical Review B*. — 2009. — Июль. — Т. 80, № 3.
118. Topological chiral magnonic edge mode in a magnonic crystal / R. Shindou [и др.] // *Physical Review B*. — 2013. — Май. — Т. 87, № 17.
119. *Schöberl J.* NETGEN An advancing front 2D/3D-mesh generator based on abstract rules // *Computing and Visualization in Science*. — 1997. — Т. 1, № 1. — С. 41–52.
120. *Arias R., Mills D. L.* Theory of spin excitations and the microwave response of cylindrical ferromagnetic nanowires // *Phys. Rev. B*. — 2001. — Март. — Т. 63, № 13. — С. 134439.
121. *Damon R. W., Van De Vaart H.* Propagation of Magnetostatic Spin Waves at Microwave Frequencies in a Normally-Magnetized Disk // *Journal of Applied Physics*. — 1965. — Т. 36, № 11. — С. 3453.
122. Spin-wave spectra of perpendicularly magnetized circular submicron dot arrays / G. N. Kakazei [и др.] // *Applied Physics Letters*. — 2004. — Т. 85, № 3. — С. 443.
123. Spin Wave Band Structure in Two-Dimensional Magnonic Crystals / G. Gubbiotti [и др.] // *Magnonics* / под ред. S. O. Demokritov, A. N. Slavin. — New York Dordrecht London : Springer-Verlag, 2013. — С. 205–221.
124. Magnetostatic surface wave propagation in a one-dimensional magnonic crystal with broken translational symmetry / Y. Filimonov [и др.] // *Applied Physics Letters*. — 2012. — Дек. — Т. 101, № 24. — С. 242408.
125. *Vysotskii S., Nikitov S., Filimonov Y.* Magnetostatic spin waves in two-dimensional periodic structures (magnetophoton crystals) // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 2005. — Т. 101, № 3. — С. 547–553.

126. *Chin S. K., Nicorovici N. A., McPhedran R. C.* Green's function and lattice sums for electromagnetic scattering by a square array of cylinders // *Phys. Rev. E.* — 1994. — May. — Vol. 49, no. 5. — P. 4590–4602.
127. The magnetic anisotropy change of BaFe₁₂xIr_xCo_xO₁₉: a single-crystal neutron diffraction study of the accompanying atomic and magnetic structures / J. Kreisel [и др.] // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* — 2000. — Май. — Т. 213, № 3. — С. 262–270.
128. Properties of Single Single-Crystal Ti-Co-Substituted Barrium Hexaferrite at Microwave Frequencies / S. L. Vysotskii [и др.] // *J. of Communication Technology and Electronics.* — 2002. — Т. 47, № 9. — С. 1006–1003.
129. Spin-wave spectrum of a magnonic crystal with an isolated defect / V. V. Kruglyak [и др.] // *Journal of Applied Physics.* — 2006. — Т. 99, № 8. — С. 08C906.
130. *Damon R. W., Eshbach J. R.* Magnetostatic Modes of a Ferromagnetic Slab // *Journal of Applied Physics.* — 1960. — Т. 31, № 5. — S104–S105.
131. *Kittel C.* Introduction to Solid State Physics. — New York: Wiley, 1996.
132. *Shevchenko V. V.* The expansion of the fields of open waveguides in proper and improper modes // *Radiophysics and Quantum Electronics.* — 1971. — Т. 14, вып. 8. — С. 972–977. — 10.1007/BF01029499.
133. *Vugal'ter G., Gilinskii I.* Magnetostatic waves (a review) // *Radiophysics and Quantum Electronics.* — 1989. — Т. 32, № 10. — С. 869–898.
134. *Vugal'ter G., Korovin A.* Reflection of surface magnetostatic waves propagating in a metallized ferrite film from a metallic boundary // *Radiophysics and Quantum Electronics.* — 1987. — Т. 30, № 3. — С. 341–345.
135. *Gupta S. S., Srivastava N. C.* Power flow and energy distribution of magnetostatic bulk waves in dielectric layered structure // *Journal of Applied Physics.* — 1979. — Т. 50, № 11. — С. 6697–6699.
136. *Sommerfeld A.* Partial Differential Equations in Physics. — Academic Press, New York, 1949.
137. *Parekh J., Tuan H.* Theory for a magnetostatic surface wave grooved reflector grating // *Magnetics, IEEE Transactions on.* — 1977. — Т. 13, № 5. — С. 1246–1248.

138. *Nayfeh A.* Perturbation Methods. — Wiley-VCH, 2000.
139. *Gupta S. S., Srivastava N. C.* Power flow and energy distribution of magnetostatic bulk waves in dielectric-layered structure // Journal of Applied Physics. — 1979. — Т. 50, № 11. — С. 6697—6699.
140. A micro-structured ion-implanted magnonic crystal / В. Obry [и др.] // Applied Physics Letters. — 2013. — Т. 102, № 20. — С. 202403. — eprint: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4807721>.
141. *Landau L., Lifshitz E.* Course of Theoretical Physics. Theory of elasticity. Т. 7. — PergamonPress, 1959.
142. *Titchmarsh E. C.* Eigenfunction expansions associated with second order differential equations. — Clarendon Press, 1946.
143. *Budden K.* The wave-guide mode theory of wave propagation. — Logos Press, 1961.
144. *Malischewsky P.* A semi-analytical method for the calculation of leaking love-wave modes // Wave motion. — 1985. — Т. 7. — С. 253—262.
145. *Lisenkov I., Popov R., Nikitov S.* Acoustic wave propagation in fluid metamaterial with solid inclusions // Applied Physics A: Materials Science & Processing. — 2011. — Т. 103, вып. 3. — С. 921—925. — 10.1007/s00339-010-6232-9.
146. *Sheng P.* Introduction to wave scattering, localization and mesoscopic phenomena. — 2-е изд. — Berlin: Springer, 2006.
147. *Gough B.* GNU Scientific Library: Reference Manual. — Network Theory, 2009. — (A GNU manual).
148. *O’Keeffe T. W., Patterson R. W.* Magnetostatic surface-wave propagation in finite samples // Journal of Applied Physics. — 1978. — Т. 49, № 9. — С. 4886—4895.
149. *Bajpai S. N.* Excitation of magnetostatic surface waves: Effect of finite sample width // Journal of Applied Physics. — 1985. — Т. 58, № 2. — С. 910—913.

Список рисунков

1	Выделенные направления и невзаимность при распространении магнитостатических спиновых волн	17
2	а) Одномерный магнетонный кристалл и б) и дисперсия спиновых волн в нем [29]	19
3	а) Электромагнитный метаматериал и б) негативное преломление волн в нем [50]	21
4	а) Интерферометр Маха-Цендера на спиновых волнах, образованный раздвоенным нанопроводом из пермаллоя, и б) логический вентиль ИЛИ-НЕ [22]	24
5	Спецификация методов математического моделирования фотонных кристаллов [86]	25
6	Рассматриваемый двумерный магнетонный кристалл и неоднородность поля размагничивания вблизи включений	30
7	Двусоставное включение в магнетонном кристалле	31
8	а) Задание геометрии структуры для микромагнитного моделирования в генераторе сетки Netgen и б) разбиение структуры на сетку тетраэдров	32
9	а) Алгоритм работы метода микромагнитного моделирования и б) распределение поля размагничивания вдоль участка неоднородной структуры с цилиндрическим отверстием	33
10	Дисперсия прямых объемных магнитостатических спиновых волн в двумерном магнетонном кристалле с ферромагнитными включениями	36
11	Дисперсия прямых объемных магнитостатических спиновых волн в двумерном магнетонном кристалле с двусоставными включениями (сплошная линия) и идеально проводящими металлическими включениями (штрихпунктирная линия)	37
12	Распределение действительной компоненты магнитостатического потенциала спиновой волны, распространяющейся вдоль магнетонного кристалла с ферромагнитными включениями, с волновым числом и частотой соответствующим точкам a, b, c и d дисперсии на Рис. 10	38

13	Распределение действительной компоненты магнитостатического потенциала спиновой волны, распространяющейся вдоль магнетонного кристалла с двусоставными включениями, с волновым числом и частотой соответствующим точкам a, b, c дисперсии на Рис. 11	39
14	Рассматриваемые виды 1D магнетонных кристаллов: а) бикомпонентный, б) бикомпонентный с металлизацией верхней поверхности, с) образованный микроструктурированием верхней поверхности	42
15	Алгоритм работы метода плоских волн PWE	43
16	Дисперсия поверхностных магнитостатических спиновых волн в одномерном магнетонном кристалле вида Рис. 14 (а)	51
17	Дисперсия поверхностных магнитостатических спиновых волн в одномерном магнетонном кристалле вида Рис. 14 (б)	52
18	Дисперсионная зависимость для КМ в магнетонном кристалле, образованном из микроструктурированной ферромагнитной пленки (сплошная линия), для МДЭ в однородной пленке с M_{s1} и вариацией толщины в 10 % (пунктирная линия), а также нижняя граничная частота $\omega_o = \omega_H(\omega_H + \omega_M)$ (показана точками).	53
19	Сравнение дисперсионных кривых, полученных методами PWE (сплошная линия) и СМТ (пунктирная линия) для исследования распространения КМ в одномерных магнетонных кристаллах; точками показана граница зоны Бриллюэна $k = \frac{\pi}{2a}$	54
20	Одномерный магнетонный кристалл ограниченной длины	56
21	Волны, участвующие в рассеянии на границе раздела. R - коэффициент отражения, T - коэффициент прохождения.	58
22	Волны участвующие в рассеянии на границе раздела внутри структуры	61
23	Коэффициенты прохождения и отражения для единичного включения. $l = 5\mu$ а) $4\pi M_1 = 8500$ Э, $4\pi M_2 = 7900$ Э, $d = 20$, б) $4\pi M_1 = 1750$ Э, $4\pi M_2 = 2250$ Э, $d = 40$	62
24	Геометрия распространения волн в магнетонном кристалле. Отображено два периода.	63

- 25 Коэффициент отражения от магннного кристалла с 50 периодами.
 $\Lambda = 1\mu$. а) $4\pi M_1 = 8500 \text{ Э}$, $4\pi M_2 = 7900 \text{ Э}$, $l = 0.5\mu$, $d = 20$ б)
 $4\pi M_1 = 10000 \text{ Э}$, $4\pi M_2 = 7000 \text{ Э}$, $l = 70$, $d = 40$ 65
- 26 Три запрещенные зоны для разного числа включений магннного кристалла. $4\pi M_1 = 1750 \text{ Э}$, $4\pi M_2 = 1850 \text{ Э}$, $l = 0.5\mu$, $\Lambda = 1\mu$,
 $d = 20$ а) $N = 4$, б) $N = 8$, в) $N = 12$, д) $N = 20$ 66
- 27 Коэффициент отражения магннного кристалла с дефектом (красная линия) и отражение от единичного включения (синяя линия). Ширина области с M_2 в дефектном периоде равняется $0.1 \mu\text{м}$. 67
- 28 Распространение ПАВЛ в волноведущей структуре переменной толщины 70
- 29 Графическое решение дисперсионного уравнения ПАВЛ 74
- 30 Вид функций сечения (сплошная линия обозначает упругое смещение U_x (а) распространяющихся, (б) открытых и (в) вытекающих мод, соответствующих сечениям (а),(б) и (в) воновода (показано точками); пунктирной линией разделены области, в которых существуют распространяющиеся (I), открытые (II) и вытекающие (III) моды. 76
- 31 Схема акустического метаматериала, состоящего из матрицы и набора цилиндрических включений 80
- 32 а) Эффективная плотность метаматериала (слошная линия) $\Lambda = 1 \text{ мм}$, $R = 0.5 \text{ мм}$ и б) Частотная полоса существования ПАВЛ, зависящая от коэффициента заполнения метаматериала 83
- 33 Пространственное распределение энергии мод ПАВЛ в неоднородном волноводе с толщиной $\varphi(z) = d(1 - a \cdot z)$, где $d = 0.07\text{м}^{-1}$, а) $a=1\text{м}^{-1}$, б) $a=5\text{м}^{-1}$, в) $a=25\text{м}^{-1}$, д) отраженные моды, соответствующие случаю б). 84
- 34 а) Пространственное разделение по частоте ПАВЛ в слоистом волноводе переменной толщины с подложкой из акустического метаматериала (сплошная линия) и плексигласа (пунктирная линия); б) энергия объемной волны, нормированная на общую начальную энергию ПАВЛ 86

35	Сдвиг дисперсионных кривых двух низших четных мод ПМСВ, распространяющихся в однородном ограниченном по ширине волноводе при изменении ширины волновода с 250 мкм (красная пунктирная линия) до 110 мкм (синяя сплошная линия)	89
36	Распространение ПМСВ нерегулярном волноводе	90
37	Связь мод ПМСВ в неоднородном волноводе (черная и красная линия соответствуют первой и третьей четной моде соответственно)	93
38	Распределение магнитостатического потенциала ПМСВ в неоднородном волноводе на частотах а) $f_1=2.24$ ГГц и б) $f_2=2.3$ ГГц	94