

УТВЕРЖДАЮ

Проректор МГУ имени М.В. Ломоносова,

профессор, д.ф.-м.н.

А.А. Федянин



«27» июля 2025 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу Будуновой Кристины Андреевны

«Атомарные функции в задачах фильтрации

и восстановления сигналов», представленную на соискание

ученой степени кандидата физико-математических наук

по специальности 1.3.4 – «Радиофизика»

Диссертационная работа Будуновой Кристины Андреевны «Атомарные функции в задачах фильтрации и восстановления сигналов» состоит из введения, четырех глав и заключения. Она содержит 117 страниц, 21 рисунок, 13 таблиц. Список литературы включает 46 наименований.

В диссертации представлены новые методы синтеза частотно-избирательных фильтров с амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ), аппроксимирующими финитные бесконечно гладкие функции. Построенные фильтры отличаются от классических быстрым затуханием импульсной характеристики. Данное свойство позволяет получать хорошие результаты при решении задач восстановления и интерполяции сигналов по неполным выборкам отсчетов. Предложенные в работе фильтры дают возможность улучшить методы обработки сигналов в радиотехнических и телекоммуникационных системах.

Теоретической основой разрабатываемых в диссертационной работе новых методов фильтрации является ряд Кравченко-Котельникова — обобщение ряда Уиттекера-Котельникова-Шеннона спектрами атомарных

функций $h_a(x)$. Разложение Кравченко–Котельникова имеет преимущество перед рядом Уиттекера–Котельникова–Шеннона, заключающееся в лучшем качестве восстановления сигнала по усеченной выборке отсчетов. Полученные в диссертации аналоговые и цифровые фильтры имеют АЧХ, приближающиеся по форме к атомарным функциям $h_a(x)$. Отметим, что построение алгоритмов фильтрации на основе ряда Кравченко–Котельникова является весьма актуальной задачей, поскольку это позволит повысить эффективность обработки сигналов в радиотехнических системах. В то же время, задача построения подобных фильтров ранее не решалась, поэтому тема исследования является **актуальной**.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации. Сформулированы цели и задачи исследования. Перечислены выносимые на защиту положения. Дано описание научной новизны, теоретической и практической значимости результатов работы.

В **первой главе** рассмотрена теорема Кравченко–Котельникова — обобщение теоремы отсчетов Уиттекера–Котельникова–Шеннона атомарными функциями. Проанализирована одна из важных характеристик разложения Кравченко–Котельникова — ошибка усечения. Выведены две формулы, позволяющие оценивать сверху модуль данной ошибки. Приведена также оценка погрешности усечения для ряда, образованного в результате замены в разложении Кравченко–Котельникова спектра $F_a(t)$ функции $h_a(x)$ частичным произведением $P_K(a, t)$. Полученные результаты сформулированы в виде трех теорем. Описано асимптотическое поведение ошибки усечения исследуемого ряда. Показана возможность использования разложения Кравченко–Котельникова в качестве теоретической основы методов фильтрации сигналов.

Вторая глава посвящена методу синтеза цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ), АЧХ которых аппроксимируют функцию $h_a(x)$. Представленные формулы позволяют вычислять коэффициенты фильтров, имеющих заданные спецификацией

полосы пропускания и подавления АЧХ. Построены также фильтры с АЧХ на основе суммы сдвигов функций $h_a(x)$. По простоте предложенный метод синтеза фильтров сравним с классическим методом взвешивания идеальной импульсной характеристики. Выведены оценки отклонений АЧХ новых фильтров в полосах пропускания и подавления. Проведен численный эксперимент, в котором осуществлена интерполяция цифрового сигнала с применением фильтров, полученных взвешиванием идеальной характеристики оконными функциями Хэмминга, Кайзера и Блэкмана, фильтра «приподнятый косинус» и фильтров на основе атомарных функций. Новые фильтры позволили получить меньшую погрешность интерполяции сигнала по выборке с запасом.

В **третьей главе** предложен метод построения аналоговых фильтров с АЧХ, аппроксимирующими атомарные функции $h_a(x)$. Разработан вспомогательный численный алгоритм, позволяющий находить неотрицательные дробно-рациональные приближения квадратов функций $h_a(x)$. Алгоритм основан на равенстве, следующем из интегральной формулы Коши. Для нахождения дробно-рациональной аппроксимации решается задача оптимизация функционала. Теоретическое обоснование алгоритма представлено в параграфе 3.3. Найденное неотрицательное дробно-рациональное приближение используется для построения передаточной функции устойчивого аналогового фильтра с АЧХ на основе функции $h_a(x)$. Выполнено моделирование процесса цифро-аналогового преобразования с применением фильтра на основе функции $h_a(x)$ и классического фильтра Баттерворта. Восстановление непрерывного сигнала осуществлялось по выборкам разных размеров. В рассмотренном примере новый аналоговый фильтр на основе атомарной функции позволил получить существенно меньшую погрешность реконструкции сигнала по неполной выборке отсчетов. В параграфе 3.6 описан метод синтеза фильтров с АЧХ, аппроксимирующими неотрицательные финитные функции с быстро сходящимся рядом Фурье. Аналоговые фильтры на основе атомарных

функций $h_a(x)$ использованы для построения цифровых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ). Синтез выполнялся методами инвариантной импульсной характеристики и билинейного преобразования. Рассмотрен пример применения новых цифровых БИХ-фильтров в задаче повышения частоты дискретизации цифрового сигнала. Фильтры на основе атомарных функций позволили осуществить качественную интерполяцию сигнала по выборке с отброшенными отсчетами.

Четвертая глава посвящена разработке модифицированного алгоритма ортогонального частотного мультиплексирования (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) с фильтрацией. Выполнен анализ ошибки восстановления символов квадратурной амплитудной модуляции (quadrature amplitude modulation, QAM), образующейся при применении метода OFDM с фильтрацией. Показано, что при реконструкции символов QAM-модуляции возникают погрешности трех различных видов. Для снижения погрешности предложен модифицированный алгоритм OFDM с фильтрацией, основанный на свойствах циклической свертки. Выполнено моделирование процесса передачи данных с применением стандартного и модифицированного алгоритмов. Модифицированный метод OFDM с фильтрацией позволил получить QAM-символы с меньшей погрешностью и обеспечил качественное восстановление данных для схем модуляции высокого порядка QAM 1024 и QAM 4096. Приведен пример применения в модифицированном методе OFDM с фильтрацией КИХ-фильтров с АЧХ, аппроксимирующими суммы сдвигов атомарных функций $h_a(x)$. При небольших размерах импульсных характеристик некоторые из использованных фильтров на основе атомарных функций позволили получить лучшее качество восстановления данных по сравнению с оконными фильтрами.

Научную новизну исследования определяют следующие полученные в диссертации результаты.

1. Впервые получена оценка ошибки усечения ряда Кравченко-Котельникова, описано асимптотическое поведение данной ошибки.

2. Представлен оригинальный алгоритм расчета КИХ-фильтров с АЧХ на основе атомарных функций.

3. Разработан новый метод аппроксимации, позволяющий находить неотрицательные дробно-рациональные приближения финитных функций с быстро сходящимся рядом Фурье. Метод используется для построения устойчивых аналоговых фильтров с АЧХ на основе финитных функций.

4. Впервые синтезированы непрерывные ФНЧ с АЧХ, приближающейся к атомарной функции $h_a(x)$. На основе разработанных аналоговых прототипов построены БИХ-фильтры.

5. Получена новая формула погрешности, образующейся при применении метода OFDM с фильтрацией для передачи символов QAM-модуляции.

6. Предложен основанный на свойствах циклической свертки модифицированный алгоритм OFDM с фильтрацией, позволяющий восстанавливать QAM-символы с меньшей погрешностью по сравнению с классическим алгоритмом.

Выполненные в диссертационной работе исследования имеют **теоретическую и практическую значимость**. Полученная оценка ошибки усечения ряда Кравченко-Котельникова будет полезна при практическом применении обобщенной теоремы отсчетов на основе атомарных функций в задачах обработки сигналов и изображений. Предложенный в работе алгоритм приближения финитных функций рациональными дробями дает возможность развить новые методы синтеза аналоговых фильтров с заданной формой АЧХ. Фильтры на основе атомарных функций могут найти применение в методах обработки сигналов в системах беспроводной связи и телевизионного вещания. Модифицированный метод OFDM с фильтрацией позволит улучшить качество передачи данных по сетям мобильной связи.

Ниже приводятся вопросы и замечания, возникшие после ознакомления с диссертационной работой.

1. В главе 1 проанализирована ошибка усечения ряда Кравченко–Котельникова, но не уделяется внимание ошибке наложения, возникающей на практике в ряде случаев при интерполяции сигналов.
2. В главе 2 построено параметрическое семейство фильтров с АЧХ на основе сумм сдвигов функций $h_a(x)$. Эти фильтры для различных значений параметров применяются далее в численном эксперименте на с. 36 и в примере 4.2 на с. 104. Полезно было бы разработать метод поиска оптимальных параметров фильтра.
3. Не полностью описаны условия, при которых справедливо равенство (3.1) на с. 42.
4. В примере применения фильтра на основе атомарной функции в цифро-аналоговом преобразовании на с. 65 не указано, с каким фильтром низких частот выполняется свертка модельного сигнала.
5. Результаты цифро-аналогового преобразования получены для фильтров низких частот 30-го порядка. Не исследован вопрос, как изменится качество восстановления сигнала при применении фильтра на основе атомарной функции и фильтра Баттерворта меньшего порядка.

Указанные замечания носят рекомендательный характер и не снижают общую высокую оценку работы. Диссертация Будуновой К.А. представляет собой законченное научное исследование и соответствует паспорту специальности 1.3.4 – «Радиофизика».

Автореферат полностью отражает основное содержание диссертации.

По теме исследования Будуновой К.А. опубликовано 14 статей, из них 5 статей в журналах, индексируемых в системе Scopus, 6 статей в журналах,

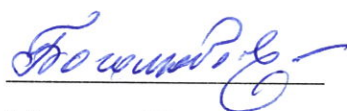
входящих в «белый список» научных журналов, 3 статьи в журналах из перечня ВАК. Полученные в диссертации результаты прошли апробацию на всероссийских и международных конференциях.

Диссертационная работа удовлетворяет условиям, которые отражены в пп. 9-14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» постановления Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842. Представленная к защите диссертация «Атомарные функции в задачах фильтрации и восстановления сигналов» соответствует требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Будунова Кристина Андреевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.4 – «Радиофизика».

Диссертационная работа обсуждалась на семинаре Отделения прикладной математики физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. Настоящий отзыв составлен с учётом состоявшегося обсуждения.

Отзыв подготовлен:

Доктор физико-математических наук, заслуженный профессор МГУ имени М.В. Ломоносова, заведующий отделением прикладной математики Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

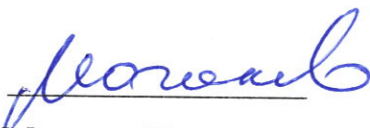


Боголюбов Александр Николаевич

Адрес: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, д. 1, стр. 2

Телефон: +7(495) 939-10-33, e-mail: bogan7@yandex.ru

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова



Могилевский Илья Ефимович

Адрес: 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, д. 1, стр. 2

Телефон: +7(495) 939-10-33, e-mail: imogilevsky@mail.ru

