

**Отзыв официального оппонента**  
на диссертационную работу Будуновой Кристины Андреевны  
«Атомарные функции в задачах фильтрации и восстановления сигналов»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук  
по специальности 1.3.4 – «Радиофизика»

**Актуальность темы диссертации.**

Рецензируемая диссертация посвящена исследованию обобщения классического подхода в теории преобразований и восстановления сигналов - теоремы Котельникова о восстановлении сигнала с финитным спектром по дискретным отсчетам. В качестве исследуемого обобщения рассматривается разложение по спектрам атомарных функций, функций В.Л. Рвачева, исследованных в серии работ В.Ф. Кравченко (по используемой в работе терминологии, разложение «Кравченко-Котельникова»). Такое обобщение ряда отсчетов обладает важным преимуществом по сравнению с классическим рядом Уайтекера – Котельникова – Шеннона – быстрым затуханием спектров атомарных функций за пределами области локализации. Благодаря этому свойству разложение Кравченко-Котельникова имеет преимущество перед классическим рядом отсчетов, заключающееся в лучшем качестве восстановления сигнала по усеченной выборке отсчетов. И хотя теорема о реконструкции сигнала спектрами атомарных функций была сформулирована ранее (2002 г.) и применение ряда Кравченко-Котельникова во многих радиофизических задачах показало его эффективность, теоретическое обоснование его эффективности отсутствовало. Это же являлось причиной слабого внедрения ряда Кравченко-Котельникова в такое важное направление теории преобразования сигналов как разработка цифровых и непрерывных фильтров для обеспечения качества работы радиотехнических систем.

Решение в диссертационной работе указанных задач определяет ее безусловную актуальность.

Тема диссертации соответствует заявленной научной специальности.

**Содержание диссертации.**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав и заключения, списка публикаций по теме диссертации (23 публикаций) и списка цитируемой литературы, содержащего 46 ссылок, иллюстративного материала (21 рисунок и 13 таблиц). Основные результаты работы изложены в выводах в конце каждой главы, а также в заключении.

**Во введении** обосновывается актуальность темы исследования, сформулирована цель и задачи работы, сформулированы основные положения и

результаты, выносимые на защиту. Представлены методы исследования по отдельным разделам диссертации, выделена теоретическая и практическая значимость работы. Приведен список работ автора по теме диссертационной работы и указан личный вклад. Приведены данные о структуре и объеме диссертации.

**Первая глава** посвящена теоретическому анализу ряда Кравченко-Котельникова и построению оценки ошибки усечения ряда как по конечному числу «сдвиговых» членов ряда, так и по числу членов частных произведений используемых для аппроксимации спектров атомарных функций. Эти оценки позволяют контролировать точность восстановления сигнала по дискретным отсчетам при использовании ряда Кравченко-Котельникова. В частности, показано, что величина ошибки с ростом числа членов ряда убывает быстрее, чем ошибка усечения классического ряда Уайтеккера-Котельникова-Шеннона.

**Во второй главе** автором исследуются математические модели цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой, сформированные на основе спектров атомарных функций. Основная идея состоит в построении фильтров с АЧХ, аппроксимирующими атомарные функции. Это позволяет создать новый класс фильтров, обеспечивающих качественное подавление помех в требуемых зонах подавления и с малыми отклонениями в зонах пропускания. Преимуществами таких фильтров являются: простота вычисления коэффициентов ФНЧ для заданных граничных частот, быстрое затухание отклонения АЧХ фильтра от «идеальной» с ростом длины фильтра. Это дает преимущества при восстановлении сигнала по сравнению с оконными фильтрами той же длины, что продемонстрировано численным экспериментом.

**Третья глава** посвящена разработке математического аппарата для решения задачи о построении аналоговых фильтров с АЧХ, приближенными к атомарным функциям, имеющим бесконечную гладкость. В частности, в этой главе автором решена задача о построении дробно-рационального приближения квадратов атомарных функций. Разработан численный алгоритм получения неотрицательного решения аппроксимации, использующей конечное множество точек. Данный алгоритм может быть использован и в других задачах, где требуется построение дробно-рационального приближения неотрицательных финитных функций, имеющих соответствующий быстро сходящийся ряд Фурье.

В этой главе также рассмотрен алгоритм построения и цифрового фильтра с бесконечной импульсной характеристикой и АЧХ, близкой к атомарным функциям. Проведен численный эксперимент по использованию таких фильтров при восстановлении сигнала по усеченной выборке отсчетов, который показал преимущества по отношению к классическим фильтрам на основе функции Баттерворта.

**В четвертой главе** диссертации исследуются возможности оптимизации метода ортогонального частотного мультиплексирования (OFDM) при использовании фильтрации. На основе используемого автором математического подхода к анализу и оценке ошибок восстановления сигналов, исследованы погрешности трех различных видов при использовании сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией (QAM): погрешность фильтрации OFDM-символа с циклическим префиксом и усечением этой последовательности; погрешность, связанная с фильтрацией соседних по времени сигналов; погрешность субполосной фильтрации при попадании в полосу пропускания сигналов из других субполос.

Автором диссертации предложен алгоритм подавления погрешностей первых двух типов путем добавления отсчетов периодических продолжений к OFDM-символам слева и справа. Численный эксперимент подтверждает улучшение характеристик восстановления сигналов при использовании модифицированного метода OFDM.

В заключительной части главы 4 рассмотрены возможности улучшения характеристик метода OFDM с фильтрацией при использовании фильтров на основе атомарных функций. В численном эксперименте показано, что такое улучшение имеет место при небольших размерах импульсных характеристик.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в ходе диссертационных исследований.

В целом диссертация является завершенным научным трудом, хорошо оформленным, результаты которого полностью соответствуют поставленным целям и задачам. Диссертация и автореферат написаны ясным языком, стиль изложения – последовательный, соответствующий научным публикациям.

Личный вклад автора не вызывает сомнений.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, их достоверность.**

Достоверность и обоснованность полученных в диссертации результатов обеспечивается использованием корректных математических моделей, согласием аналитических оценок и сопоставлений численных результатов, с результатами, полученными альтернативными методами, а также хорошим согласием результатов тестовых примеров, численных экспериментов, выполненных в ходе работы.

Работа качественно апробирована в научных изданиях и научных конференциях. По материалам диссертации опубликовано 5 статей в изданиях, входящих в информационно-аналитическую систему Scopus, 6 статей в журналах, входящих в «белый список» научных журналов, 3 статьи – в журналах

из перечня ВАК. Автором представлено 9 докладов на Всероссийских и Международных конференциях.

### **Новизна научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.**

Новизна исследований состоит в следующем:

1. Получены аналитические оценки ошибок усечения ряда Кравченко-Котельникова. В частности, показано степенное (более единицы) затухание ошибки при увеличении числа используемых членов ряда.

2. Разработан оригинальный метод расчета фильтров с конечными импульсными характеристиками с АЧХ, соответствующей атомарным функциям. Метод отличается простотой, а построенные фильтры – улучшенными характеристиками, по сравнению с классическими оконными фильтрами.

3. Разработан математический метод построения неотрицательных дробно-линейных аппроксимаций финитных функций с быстро сходящимся рядом Фурье. Данный метод может быть полезен для решения различных задач аппроксимации неотрицательных функций с финитным носителем. В данной работе метод применен для построения аналоговых фильтров с АЧХ на основе атомарных функций.

4. В рамках разработанных методов синтезированы ФНЧ с быстро затухающей импульсной характеристикой, что повышает эффективность восстановления сигналов по неполным выборкам отсчетов.

5. Выполнен комплексный анализ погрешностей метода OFDM с фильтрацией при передаче сигнала QAM модуляции. Предложена модификация алгоритма OFDM с фильтрацией с использованием свойств циклической свертки и сгенерированных фильтров на основе атомарных функций.

### **Теоретическая и практическая значимость научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации.**

Разработанные в диссертации методы и алгоритмы найдут применение в задачах обработки сигналов и изображений. Разработанные фильтры на основе атомарных функций могут найти применение в системах связи и телекоммуникации. Модифицированный метод OFDM с фильтрацией может быть применен для улучшения качества мобильной связи.

Теоретические результаты работы дают аналитические оценки погрешностей усечений ряда Кравченко-Котельникова, которые позволяют контролировать эти ошибки при использовании обобщений теоремы отсчетов в задачах обработки сигналов и изображений.

Их использование может оказаться также востребованным при моделировании работы каналов радиосвязи в реальных условиях.

### **Соответствие автореферата диссертации ее содержанию.**

В автореферате содержится полная информация о цели и задачах диссертационного исследования. Кратко изложены материалы глав, представлены основные результаты. Указан список публикаций автора. Автореферат диссертации в полной мере отражает ее основное содержание.

### **Недостатки и замечания по диссертации.**

По содержанию диссертационной работы можно сделать следующие замечания:

1. Для построения оптимальной неотрицательной дробно-рациональной аппроксимации АЧХ помимо метода градиентного спуска, описанного в работе автора [33], в разделах 3.2 – 3.4. описан алгоритм оптимизации, обеспечивающий неотрицательность такого приближения. Из текста работы неясно: опубликован ли этот алгоритм, и гарантирует ли он существование решения при любой, наперед заданной ошибке аппроксимации.
2. При модификации метода OFDM автором предложен алгоритм для уменьшения ошибок, заключающийся в расширении циклического префикса до величины  $2L$  и добавления циклического продолжения той же длины. При этом в численных экспериментах рассмотрено и частичное подавление погрешностей восстановления при сокращении размера этих дополнений. Автором не рассмотрена возможность выбора оптимальной длины дополнений при заданной допустимой ошибке восстановления сигнала.
3. В тексте имеется небольшое число технических ошибок (например, подрисуночная подпись рис. 11). Эти ошибки не искажают смысла излагаемого материала.

Указанные замечания не снижают общей положительной оценки диссертационной работы, которая выполнена на очень высоком научном уровне.

### **Заключение о соответствии диссертации критериям Положения о порядке присуждения ученых степеней.**

Таким образом, диссертация Будуновой Кристины Андреевны представляет собой законченное научное исследование, выполненное на высоком научном уровне. В ней содержится решение научной задачи, имеющей значение для развития соответствующей отрасли знаний – радиофизики. Материалы диссертации опубликованы в 23 печатных трудах: 5 статей в изданиях, индексируемых в международных базах данных Web of Science и Scopus, 9 статей в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК и «белого списка», в тезисах 9 докладов на Всероссийских и Международных конференциях.

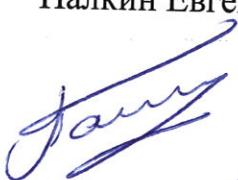
Диссертация Будуновой Кристины Андреевны «Атомарные функции в задачах фильтрации и восстановления сигналов» соответствует Паспорту

научной специальности 1.3.4. Радиофизика, по объему результатов, достоверности, научной и практической значимости выводов удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям (пп. 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением правительства РФ № 842 от 24.09.2013) и может быть рекомендована к защите по специальности 1.3.4. Радиофизика в Диссертационном совете 24.1.111.02 на базе ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, а её автор, Будунова Кристина Андреевна, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.4. Радиофизика.

**Официальный оппонент:**

кандидат физико-математических наук,  
профессор, проректор по научной работе  
Автономной некоммерческой организации  
высшего образования  
«Российский новый университет»

Палкин Евгений Алексеевич

 28 мая 2025 г.

Служебный адрес:  
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 22  
тел. +7 (495) 223 40 70



Контактные данные:  
тел.: (916) 113-43-69, e-mail: palkin@rosnou.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук: 01.04.03 – Радиофизика.

Я, Палкин Евгений Алексеевич, даю своё согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и их дальнейшую обработку.