

## Программа курса “Теория массового обслуживания” 4 курс МФТИ

Преподаватель: д.ф.-м.н. Семенихин Константин Владимирович

### 1. Вероятностные и моментные характеристики случайных процессов.

Понятие случайного процесса с непрерывным и дискретным временем. Семейство конечномерных распределений ( $n$ -мерная функция распределения,  $n$ -мерная плотность). Гауссовские случайные процессы. Моментные характеристики второго порядка (математическое ожидание, дисперсия, ковариационная функция, корреляционная функция).

### 2. Основные модели случайных последовательностей.

Белый шум с дискретным временем. Симметричное случайное блуждание на  $\mathbf{Z}$  и его связь с процессом броуновского движения. Модель авторегрессии—скользящего среднего (авторегрессии первого и второго порядков как дискретные аналоги апериодического и колебательного звеньев, метод моментов для определения уравнений относительно математического ожидания и дисперсии).

### 3. Стационарные случайные процессы с непрерывным и дискретным временем.

Определение стационарного в широком смысле случайного процесса с непрерывным и дискретным временем. Пример почти периодического процесса. Теоремы Бохнера и Герглотца о спектральном представлении ковариационной функции. Спектральная мера и спектральная плотность. Формулы Винера—Хинчина в непрерывном и дискретном случаях. Понятие стационарного белого шума с непрерывным временем.

### 4. Линейные преобразования стационарных случайных процессов.

Частотная характеристика линейного преобразования. Формула преобразования спектральной плотности. Спектральная плотность процесса, удовлетворяющего уравнениям авторегрессии—скользящего среднего (метод формирующих фильтров). Прореживание (децимация) стационарного процесса (теорема Котельникова).

### 5. Статистическое оценивание характеристик стационарных процессов.

Стационарная в узком смысле случайная последовательность. Эргодическая теорема Биркгофа—Хинчина. Статистические оценки математического ожидания, ковариационной функции и спектральной плотности гауссовской стационарной последовательности.

### 6. Фильтрация Калмана в линейной стохастической разностной системе.

Понятие оптимальной в среднем квадратичном оценки (векторной) случайной величины. Теорема о нормальной корреляции (в векторной формулировке). Фильтр Калмана в векторной модели авторегрессии первого порядка с гауссовскими белозумными возмущениями. Примеры применения фильтра Калмана: фильтрация стационарного процесса, прогнозирование значений процесса авторегрессии—скользящего среднего, алгоритм рекуррентного оценивания параметра.

### 7. Марковские процессы с дискретным временем.

Марковское свойство. Переходная вероятность, переходная плотность, переходные вероятности состояний. Уравнение Колмогорова—Чепмена и уравнение Колмогорова для одномерных распределений. Однородные марковские процессы. Модели марковских процессов: нелинейная разностная система, случайное блуждание на  $\mathbf{Z}$ .

### 8. Марковские цепи.

Однородная марковская цепь с конечным множеством состояний. Переходная матрица. Стохастический граф. Уравнения для переходных вероятностей и вероятностей состояний. Классификация состояний на основе алгебраических свойств (неразложимость, апериодичность). Асимптотические свойства (возвратность, положительность). Критерий существования стационарного режима. Среднее время возвращения в существенное состояние. Случайное блуждание на конечном множестве с отражающими (поглощающими) экранами.