

На правах рукописи



Лисенков Иван Викторович

**Особенности распространения акустических
волн в жидких и твёрдых композитных средах
с цилиндрическими неоднородностями**

01.04.03 – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2010

Работа выполнена в *Учреждении Российской академии наук
Институте радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.*

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент РАН
Никитов Сергей Аполлонович*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук,
профессор
Шевченко Виктор Васильевич,
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Можяев Владимир Геннадиевич*

Ведущая организация: *Институт теоретической и прикладной
электродинамики РАН (г. Москва)*

Защита состоится «10» декабря 2010 г. в 10:00 на заседании диссертационного совета Д. 002.231.02 при ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН, по адресу: г. Москва, 129226, ул. Моховая д. 11, корп.7.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

Автореферат разослан «03» ноября 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,

д.ф.-м.н.



А. А. Потанов

Общая характеристика работы

Актуальность работы В настоящее время одной из динамично развивающихся областей физики являются исследования распространения волн в композитных средах— фотонных [1], фононных [2] и магнонных [3] кристаллах и метаматериалах [4]. Изначально интерес к фотонным кристаллам (структурам, в которых показатель преломления меняется периодически в пространстве) возник из-за аналогии между распространением классических электромагнитных волн в периодических средах и поведением квазичастиц электронов в периодической кристаллической решётке твёрдых тел [5]. Позднее, аналогичные периодические среды были рассмотрены для акустических (фононные кристаллы) и магнитостатических (магнонные кристаллы) волн.

Однако создание фононных кристаллов является довольно сложной задачей с технологической точки зрения, несмотря на большой прогресс в этой области в последние несколько лет. Проблема состоит в том, что период фотонного или фононного кристалла должен быть одного порядка с длиной волны излучения, распространяющегося в кристалле, а для света и акустических волн большой частоты длины волн крайне малы. Практически для изготовления двумерных микроструктурных сред с периодом структуры порядка нескольких микрометров гораздо проще использовать технологию вытяжки микроструктурных оптических волноводов, представляющих собой оптическое волокно с воздушными каналами параллельными сердцевине [6]. В настоящее время такие волокна изготавливаются, в том числе и серийно, и распространение электромагнитного излучения оптического диапазона в них хорошо изучено.

Одной из проблем, которой посвящена данная диссертация, является рассмотрение распространения акустических волн в микроструктурном волокне. Акустических волны имеют ряд особенностей по сравнению с электромагнитными волнами, и для них не существует готовых средств моделирования дисперсии в микроструктурных волноводах. Рассмотрение распространения звука в микроструктурных волокнах важно с точки зрения акусто-оптики [7], так как с помощью волноведущей микроструктуры волокна возможно удерживать акустические волны в сердцевине, увеличивая интенсивность взаимодействия света и звука.

Другой проблемой, освещённой в диссертации, является распространение объёмных и поверхностных акустических волн в средах, эффективные материальные параметры которых могут принимать отрицательные значения в некоторых диапазонах частот (метаматериалы) [4]. Электродинамика таких сред была феноменологически описана в XX веке, но в то время эти работы прошли практически незамеченными [8]. В начале XXI века, в связи с появлением работающих образцов метаматериалов для электромагнитных

волн, которые, по заявлениям авторов, обладали одновременно отрицательными электрической и магнитной проницаемостями [9], интерес к этой области сильно возрос.

Вследствие общности волновой природы метаматериалы могут существовать и для акустических волн [10–12], тем не менее, изучению этого вопроса в настоящее время уделяется недостаточно внимания. Представляется перспективным создание метаматериалов для объёмных и поверхностных акустических волн, которые могут быть использованы для управления акустическими излучением.

Основным недостатком многих опубликованных по данной тематике теоретических работ является тот факт, что при исследовании не учитываются факторы диссипации в средах, составляющих композитный метаматериал. Однако экспериментальные работы показывают, что в резонансных метаматериалах потери играют определяющую роль в дисперсии волн, и многие предсказанные эффекты практически не наблюдаемы или вообще не реализуемы именно по этой причине.

Второй проблемой диссертации является исследование возможности создания композитов, проявляющих свойства метаматериалов для акустических волн, и анализ их характеристик.

Цели диссертационной работы:

- Исследовать распространение акустических волн вдоль волноведущей структуры, представляющей собой набор каналов цилиндрического сечения в однородном изотропном твёрдом теле. Исследовать зависимость характера распространения от геометрической конфигурации каналов в микроструктурном волокне.
- Исследовать распространения объёмных и поверхностных акустических волн в композитах, представляющих собой жидкую или твёрдую матрицу с упругими цилиндрическими включениями. Изучить влияние различной геометрии и состава композита на характер распространения в нём объёмных и поверхностных акустических волн. Исследовать влияние диссипации на дисперсионные характеристики волн.

Для достижения обозначенных целей были поставлены задачи:

1. Разработать метод моделирования распространения акустических волн в однородном изотропном твёрдом теле, содержащим полые цилиндрические каналы. Метод должен быть достаточно универсален, чтобы позволять рассчитывать распространение акустических волн в микроструктурных волокнах с различной конфигурацией расположения каналов и их размеров. Разработать компьютерную программу, реализующую этот метод.

2. Получить и проанализировать законы дисперсии распространяющихся мод в волноведущей структуре с различным числом каналов.
3. Разработать метод моделирования распространения объёмных и поверхностных акустических волн в композитах, состоящих из жидкой или твёрдой матрицы и твёрдых включений. Необходимо учитывать, что метод должен быть применим к композитам, составляющие которых имеют большой контраст материального импеданса и существенные внутренние потери. Разработать компьютерную программу, реализующую этот метод.
4. Получить и проанализировать законы дисперсии акустических волн, зависимости эффективных материальных параметров композита от частоты, от геометрии композита и от составляющих материалов.

Научная новизна заключается в получении следующих новых результатов:

- Предложен и реализован мультипольный метод расчёта дисперсии в микроструктурных волноводах для акустических волн, что позволило моделировать распространение акустических волн в сложных волноведущих структурах.
- Рассчитаны дисперсионные характеристики акустических волн в микроструктурных волокнах.
- Найдены и уточнены ранее известные диапазоны частот, в которых эффективные материальные параметры композитов, состоящих из твёрдой или жидкой матрицы с твёрдыми включениями, принимают одновременно отрицательные значения с учётом диссипации в составляющих элементах композитов.
- Установлены частотные диапазоны, в которых могут возбуждаться поверхностные волны типа Стоунли на границе раздела композита из жидкой матрицы и чистой матрицы без включений.
- С помощью формализма функций Грина исследован акустический эффект Доплера в композитах с сильной дисперсией. Показан аномальный характер доплеровских смещений при движении источника в таких композитах.

Практическая значимость Решение задачи о распространении акустических волн в микроструктурных волокнах даёт понимание о конфигурации, необходимой для удержания акустического излучения внутри сердцевины волокна и его дисперсии, что важно для решения задач волоконной акусто-оптики.

Рассмотренные в диссертации композиты имеют сильную зависимость эффективных материальных параметров от частоты. В частотной зависимости имеются диапазоны, в которых распространение акустических объёмных и поверхностных волн невозможно. Эти свойства композитов могут быть использованы для создания акустических фильтров и волноводов нового типа.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

- С помощью разработанного мультипольного метода показано, что полые каналы в микроструктурном волокне позволяют удерживать акустическое излучение в сердцевине волокна. Дисперсия акустических волн в микроструктурном волокне управляется размерами каналов и их относительным расположением.
- С учётом внутренней диссипации найдены диапазоны частот, в которых эффективные динамические материальные параметры композитов, состоящих из жидкой и твёрдой матрицы и твёрдых многослойных включений, одновременно отрицательны, и возможно распространение обратной акустической волны.
- Показано, что на границе двух жидких сред, одна из которых является композитной с твёрдыми включениями, может существовать поверхностная акустическая волна типа Стоунли.
- Показана возможность существования нескольких прямых и обращённых доплеровских мод при движении излучателя акустических волн внутри композита с одновременно отрицательными материальными параметрами.

Апробация работы Основные результаты диссертации докладывались на всероссийских и международных конференциях:

1. Школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах», 22-27 Мая 2006 г., г. Звенигород, Московская область.
2. «Нелинейные процессы самоорганизации в современном материаловедении», VI Международный семинар, 22-25 Ноября 2006 г., г. Астрахань.
3. Научная конференции МФТИ, 24-25 ноября 2006 г., г. Долгопрудный, Московская область.
4. IEEE International Ultrasonics Symposium 2007, October 28-31, New York, USA

5. 18th International Symposium on Nonlinear Acoustics - ISNA 18, 7-10 July 2008, Stockholm, Sweden
6. IEEE International Ultrasonics Symposium 2009, September 20-23, Rome, Italy.
7. META'2010 — 2nd International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, 22-25 February 2010, Cairo, Egypt

Достоверность Достоверность математических выкладок проверялась путём тщательного их анализа на отсутствие внутренней противоречивости, а также соответствии получаемых результатов известным частным случаям. Достоверность численных расчётов проверялась путём контроля сходимости и сравнения получаемых результатов с приведёнными в научной литературе для уже исследованных структур и материалов.

Публикации Основные результаты проведённых исследований опубликованы в 13 работах, в том числе в 6 статьях в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК [1а, 2а, 3а, 4а, 5а, 6а], в 6 тезисах докладов всероссийских и международных конференций [7а, 8а, 9а, 10а, 11а, 12а] и одном препринте [13а].

Публикации по материалам диссертации отражают её содержание. Общий объём, опубликованных по теме диссертации работ, составляет 54 мп стр.

Личный вклад автора Все работы по теме диссертации выполнены Лисенковым И.В. в соавторстве с к.ф.-м.н. Поповым Р.С., н.с. Фрязинского филиала ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

Автор совместно с Поповым Р.С. разработал компьютерную программу, позволяющую рассчитывать дисперсию в микроструктурных волноводах, с помощью неё получил приведённые в диссертации результаты и проанализировал. Автор предложил исследовать акустические свойства микроструктурных композитов, разработал метод и реализовал программу для расчёта эффективных материальных параметров композитов, дисперсии объёмных и поверхностных волн. С помощью программы получил приведённые в диссертации результаты и провёл их всесторонний анализ. Автор получил величины аномальных доплеровских сдвигов при движении акустического источника в резонансном метаматериале с одновременно отрицательными материальными параметрами.

Структура и объём диссертации Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, библиографии и 3 приложений. Общий объём диссертации 126 страниц, включая 28 рисунков и одну таблицу. Библиография включает 121 наименование.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В Главе 1 даны основные определения, используемые в диссертации, и обсуждены вопросы терминологии. Также в главе приведён обзор современной научной литературы, посвящённой исследованиям в области фононных кристаллов, микроструктурных волокон и сред с отрицательными эффективными материальными параметрами (метаматериалов). Кратко обсуждены основные методы математического моделирования распространения акустических волн в средах с неоднородностями.

В Главе 2 сформулированы математические основы мультипольного метода вычисления дисперсии в волноведущей структуре, состоящей из полых цилиндрических каналов в твёрдой матрице. Физически обоснована и сформулирована модель коаксиального волновода для расчёта дисперсии в структурах, содержащих большое количество каналов.

В параграфе 2.2 описан мультипольный метод. Рассматривается упругая гармоническая волна, распространяющаяся вдоль системы полых цилиндрических каналов, направляющие которых параллельны оси Oz . Геометрия поперечного сечения волноведущей структуры постоянна вдоль оси Oz . Смещение в любой точке исследуемого пространства может быть представлено в виде бегущей волны:

$$\vec{u}(x, y, z, t) = \vec{u}_0(x, y) \cdot e^{-i(\omega t - \beta z)}, \quad (1)$$

где: ω — угловая частота волны; β — постоянная распространения волны вдоль оси z ; $\vec{u}_0(x, y)$ — функция распределения вектора смещения в поперечном сечении волноведущей структуры.

Задача о нахождении дисперсионной зависимости может быть решена в два этапа:

1. нахождение поля вокруг одного канала в бесконечной среде,
2. формулировка и решение дисперсионного уравнения в структуре с несколькими каналами с использованием результата из п. 1.

Задача о распространении акустической волны вдоль цилиндрической поверхности в изотропном твёрдом теле является хорошо изученной. В пункте 2.2.1 приведена формулировка задачи и получено дисперсионное уравнение.

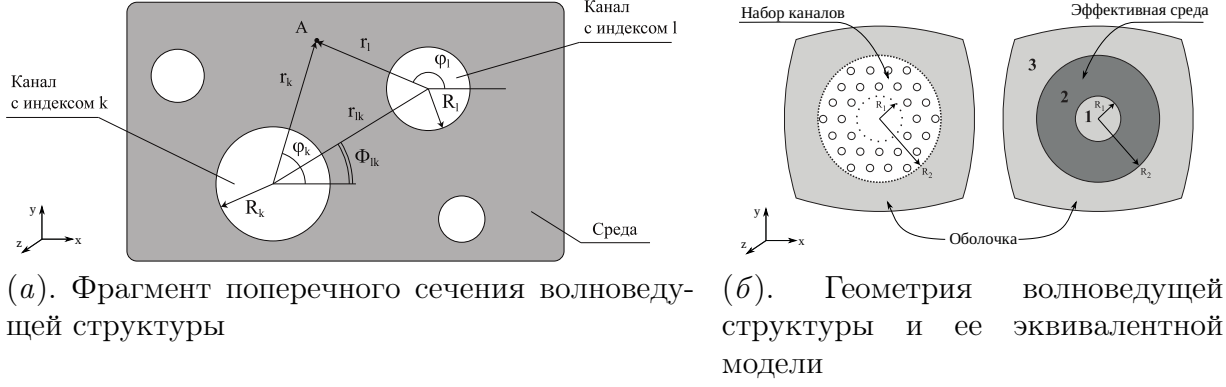


Рис. 1

В пункте 2.2.2 сформулирована задача распространения акустической волны в микроструктурном волокне, содержащем группу параллельно расположенных полых цилиндров. Для описания поля введена декартова система координат таким образом, чтобы ось Oz этой системы была параллельна осям полых цилиндров (фрагмент поперечного сечения представлен на рис. 1, а). Также введены цилиндрические системы координат, связанные с каждым цилиндром (парциальные системы координат) таким образом, что ось Oz парциальной цилиндрической системы координат k совпадает с образующей k -ого канала.

Решение ищется в виде волны, бегущей вдоль оси Oz (1). Функцию \vec{u}_0 в любой точке поперечного сечения структуры можно представить в виде суперпозиции парциальных распределений:

$$\vec{u}_0 = \sum_{k=1}^K \vec{u}_k \quad (2)$$

где: \vec{u}_k — парциальное распределение, связанное с k -тым каналом, K — количество каналов волноведущей системе.

Для получения дисперсионного уравнения нужно привести каждое парциальное распределение в одну систему координат. Для этого используются матрицы перехода из одной цилиндрической системы координат в другую. В k -ой парциальной системе координат компоненты поля могут быть записаны в виде:

$$u_i(r_k, \varphi) = u_{ik}(r_k, \varphi_k) + \sum_{l=1}^{K'} u_{ikl}(r_l, \varphi_l) \quad i = r, \varphi, z \quad (3)$$

где: \sum' — сумма по всем элементам, таким что $l \neq k$; u_{ik} — слагаемые, обусловленные k -ым парциальным распределением; u_{ikl} — вклад в i -ую составляющую поля в k -ой системе координат, от l -ого парциального распределения.

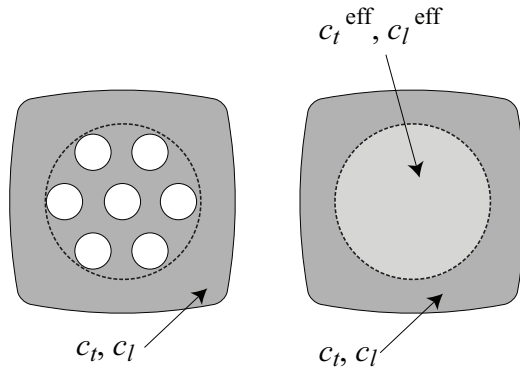
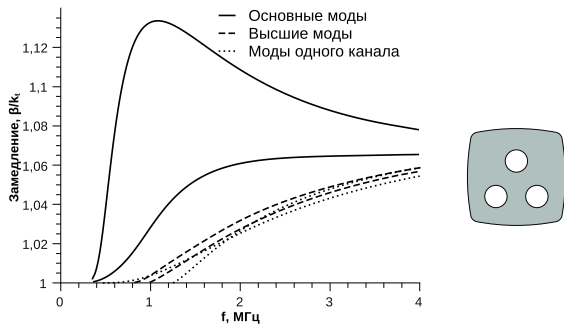
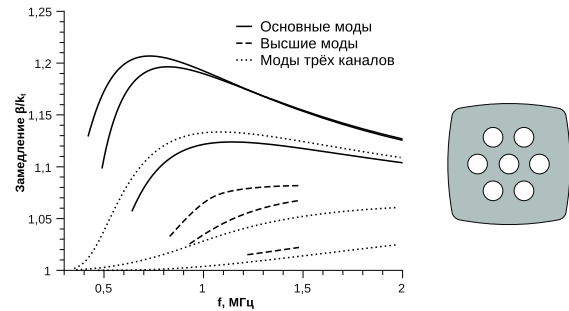


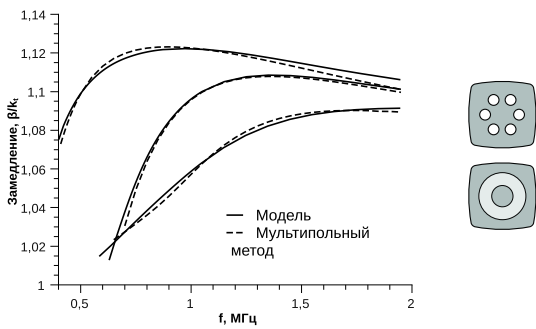
Рис. 2. Получение эффективных параметров с помощью мультипольного метода



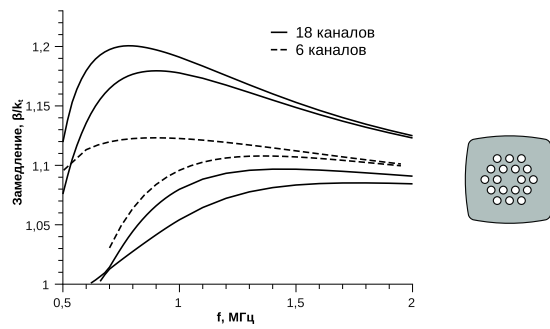
(а). Три канала. Для сравнения пунктирной линией приведены зависимости для одного канала



(б). Семь каналов. Для сравнения приведены кривые для трёх каналов



(в). Сравнения дисперсионных кривых, рассчитанных мультипольным методом и приближённой моделью для 6 каналов



(г). 18 каналов. Для сравнения пунктиром приведены зависимости для шести каналов

Рис. 3. Зависимости замедления волны от частоты для различных конфигураций. Радиус каналов — 1 мм, расстояние между центрами соседних каналов — 3 мм

Для получения дисперсионного уравнения на границе каждого канала в его собственной цилиндрической системе координат к компонентам тензора напряжений применены граничные условия ($r_k = R_k$):

$$\sigma_{rr}^k|_{r=R} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}^k|_{r=R} = 0, \quad \sigma_{rz}^k|_{r=R} = 0. \quad (4)$$

Применяя граничные условия (4) к каждому каналу для поля, полученного в (3), можно получить систему линейных алгебраических уравнений, совместную при равенстве нулю её определителя. Это условие является дисперсионным уравнением для акустической волны, распространяющейся вдоль системы цилиндрических каналов в упругой матрице. Подробнее формулировка мультипольного метода описана в работах [4а, 1а].

Однако для большого количества каналов мультипольный метод становится неприменим вследствие степенного характера возрастания сложности вычислений от количества каналов ($O(K^4)$). Поэтому была предложена модель коаксиального волновода, описанная в параграфе 2.3.

Область со множеством каналов заменяется некоторой средой с эффективными упругими параметрами рис. 1, б. Это позволяет существенным образом упростить граничные условия и снизить требовательность к вычислительным ресурсам. Для поиска эффективных упругих параметров замещающей среды используется мультипольный метод.

Открытый цилиндрический коаксиальный акустический волновод состоит из сердцевины радиуса R_1 (область 1 на рис. 1, б), окруженной слоем материала с эффективными упругими параметрами радиусом R_2 (область 2). Описанная система находится в бесконечной оболочке (область 3). В рассмотренном случае сердцевина и окружающая среда имеют одинаковые материальные параметры, совпадающие с материальными параметрами матрицы.

В пункте 2.3.1 приведён метод получения дисперсии эффективной среды с помощью рассмотрения небольшого участка оболочки мультипольным методом. Алгоритм заключается в следующем:

1. Сначала выделяется небольшая область в оболочке и окружается средой такими же характеристиками, как у матрицы (рис. 2 слева). С помощью мультипольного метода находятся дисперсионные характеристики волны.
2. Затем рассматривается распространение волны в упругой среде вдоль кругового цилиндра из материала, характеристики которого необходимо найти. Радиус этого цилиндра равен радиусу окружности, описанной вокруг системы каналов, исследованной которая исследовалась мультипольным методом (рис. 2 справа).

3. Наконец, подбираются такие величины упругих параметров, при которых постоянные распространения волн в структурах из п. 1 и п. 2 совпадают. Эти величины являются искомыми значениями эффективных упругих параметров эквивалентной среды.

Постановка задачи коаксиального волновода аналогична постановке задачи для распространения волны вдоль одного канала, рассмотренной в 2.2.1, и описана в 2.3.2.

В Главе 3 приведены результаты исследования распространения упругих волн в микроструктурных волноводах с помощью мультипольного метода и модели эквивалентного коаксиального волновода. Все результаты в этой главе получены для образцов, представляющих собой заготовки для изготовления микроструктурного оптического волокна, радиус отверстий составлял 1 мм, расстояние между ними — 3 мм. Диаметр заготовки существенно больший, чем расстояния между отверстиями, и рассеяние на границе заготовки не учитывалось. В качестве среды был рассмотрен стекловидный β -кварц со скоростями распространения сдвиговой и продольной волн: $c_t = 3.78 \cdot 10^5$ см/с, $c_l = 6.61 \cdot 10^5$ см/с [13]. Следует отметить, что задача является полностью масштабируемой, поэтому всё нижесказанное будет верно и для волокон с меньшими диаметрами отверстий при пропорциональном увеличении частоты.

Частотные зависимости постоянной распространения упругой волны в системе из трех каналов, нормированной на постоянную распространения поперечной волны в бесконечном упругом пространстве, для нескольких первых распространяющихся (вышедших из отсечки) типов волн представлены на рис. 3, *а*. Для сравнения здесь же пунктирной линией нанесены дисперсионные зависимости нескольких первых мод одного канала. Из рис. 3, *а* видно, что дисперсия двух первых основных мод в области низких частот отличается от дисперсии волн, распространяющихся вдоль отдельной цилиндрической поверхности. Появление этой моды обусловлено распространением волны вдоль сердцевин, окружённых каналами.

В области высоких частот значения коэффициентов замедления всех типов волн стремятся к величине замедления рэлеевской волны. В этом случае волна удерживается поверхностями каналов, а само смещение распространяется преимущественно вблизи их границ.

Частотные зависимости постоянной распространения для нескольких первых типов волн, распространяющихся вдоль системы из семи каналов, представлены на рис. 3, *б*. Здесь же показаны дисперсионные зависимости упругой волны в системе из трех каналов с такими же радиусами и расстоянием между центрами. Из рис. 3, *б* видно, что характер кривых в обоих случаях одинаков. Одинаков и механизм распространения колебаний вдоль обеих систем для первых мод: на низких частотах амплитуда колебаний распреде-

лена в межканальной упругой среде, а с увеличением частоты локализуется вблизи поверхности каналов.

Для проверки правомерности использования разработанной приближенной модели распространения волны в среде с большим количеством каналов в параграфе 3.5 было произведено сравнение дисперсионных зависимостей, полученных с помощью мультипольного метода, с аналогичными зависимостями, полученными с помощью модели коаксиального волновода. В качестве тестовой геометрии была выбрана система из шести каналов одинакового радиуса, расположенных в вершинах правильного шестиугольника. Результаты вычисления дисперсионных зависимостей с помощью мультипольного метода и приближенной модели представлены на рис. 3, в. Из графика видно, что поведение кривых, полученных различными способами, качественно совпадает, что свидетельствует о том, что модель является физически обоснованной.

Группа частотных зависимостей замедления нескольких первых мод в системе из 18-ти каналов представлена на рис. 3, г. Поведение зависимостей в этой группе качественно совпадает с поведением соответствующих дисперсионных зависимостей упругой волны в системе из семи и шести каналов, полученных мультипольным методом. Для сравнения, на этом же графике приведены первые две моды для структуры из шести каналов. Видно, что замедление растёт с увеличением количества каналов, также как в случае со структурой с семью каналами по сравнению со структурой из трёх каналов.

В Главе 4 рассмотрено распространение акустических волн в композициях, представляющих твёрдую или жидкую матрицу, в которую внедрены цилиндрические неоднородности. Включения распределены в пространстве матрицы равномерно случайным образом, среднее расстояние от центра одного включения до границы соседнего включения L . Все неоднородности имеют одинаковый радиус R , направляющие всех цилиндров параллельны между собой. Волновой вектор перпендикулярен образующим цилиндров и лежит в плоскости (x, y) (рис. 4, а).

В параграфе 4.2 сформулирован метод нахождения эффективных параметров композитов с включениями, имеющими большой контраст скоростей распространения по сравнению с матрицей в приближении когерентного потенциала. Необходимость применения такого метода обусловлена тем, что в случае резонансного рассеяния на включении обычные методы оценки материальных параметров композитов не работают. В пункте 4.2.1 приведено математическое обоснование используемого приближения. Основными условиями применимости приближения являются:

- отсутствие корреляции между расположением рассеивателей;
- $k_m L \rightarrow 0$, где k_m — волновое число в матрице.

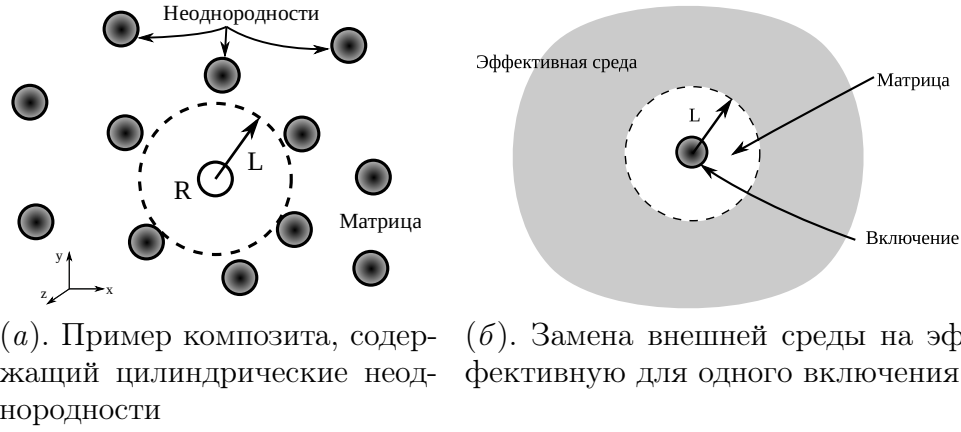


Рис. 4

В пункте 4.2.2 приведён используемый в дальнейшем алгоритм вычисления эффективных материальных параметров композитов. Метод заключается в выполнении следующих шагов:

1. Решается задача рассеяния плоской волны, распространяющейся в матрице, на одной цилиндрической неоднородности.
2. Одно включение окружается цилиндром радиусом L , пространство между включением и цилиндром заполнено материалом матрицы, пространство вне цилиндра заполнено средой с эффективными параметрами, которые необходимо найти. См. рис. 4, б.
3. Подбираются параметры эффективной среды таким образом, чтобы сечение рассеяния «составной» частицы было равно нулю.

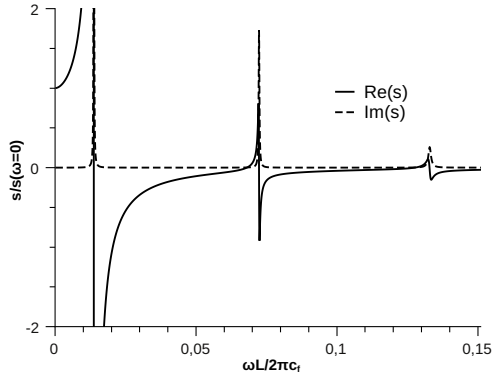
В пункте 4.2.3 приведены известные из литературы формулы эффективных материальных параметров акустических композитов в длиноволновом приближении. Эти формулы использовались в диссертации для проверки пределов вычисленных значений.

В параграфе 4.3 получены зависимости эффективных материальных параметров композитов (величины с индексом *eff*) от параметров матрицы (величины с индексом *m*) и коэффициентов рассеяния цилиндрических гармоник на единичном включении в бесконечной матрице.

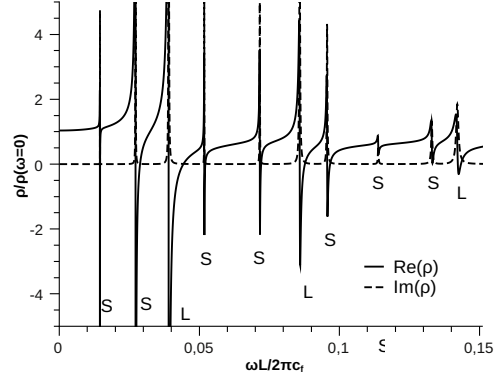
Для жидкой матрицы:

$$B_{\text{eff}} = \frac{B_m}{1 - S_0}, \quad (5a)$$

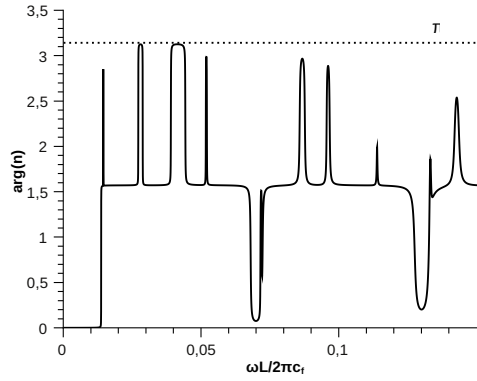
$$\rho_{\text{eff}} = \rho_m \frac{1 - S_1}{1 + S_1}, \quad (5б)$$



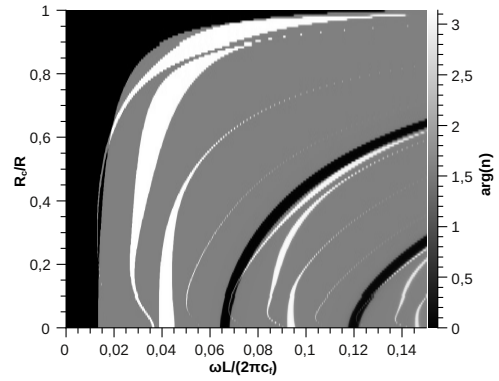
(а). Эффективная сжимаемость



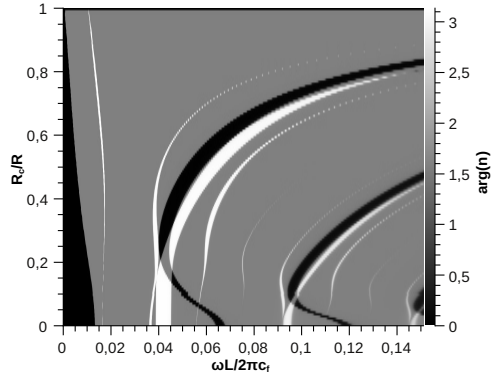
(б). Эффективная плотность



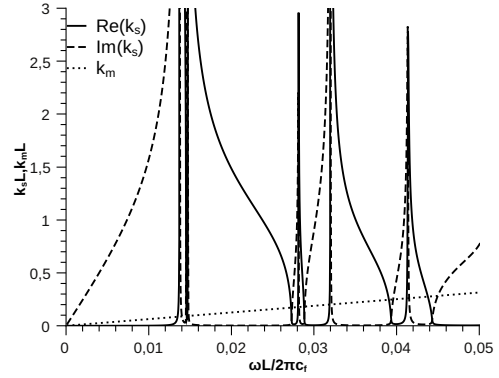
(в). Аргумент показателя преломления



(г). Аргумент показателя преломления при различных соотношениях радиусов сердцевинки и оболочки



(д). Аргумент показателя преломления при различных соотношениях радиусов полости и оболочки



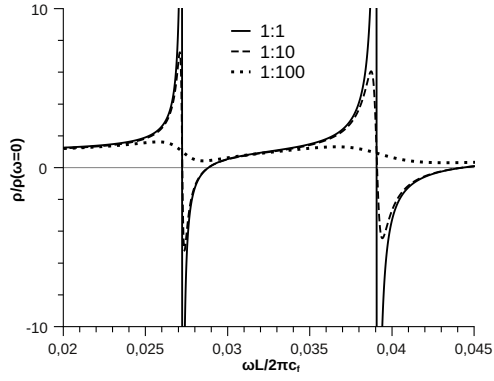
(е). Дисперсия поверхностной волны

Рис. 5

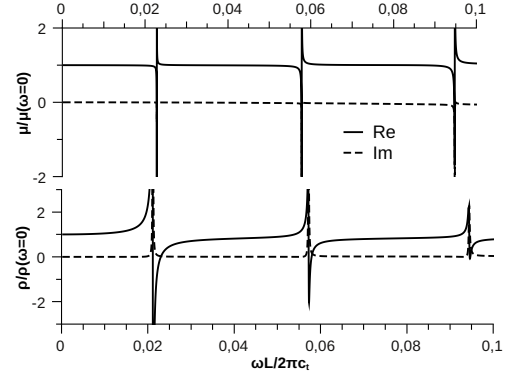
где

$$S_n = \frac{D_n}{1 + D_n} \frac{4}{\pi} \frac{1}{k_m^2 L^2} \cdot i, \quad (6)$$

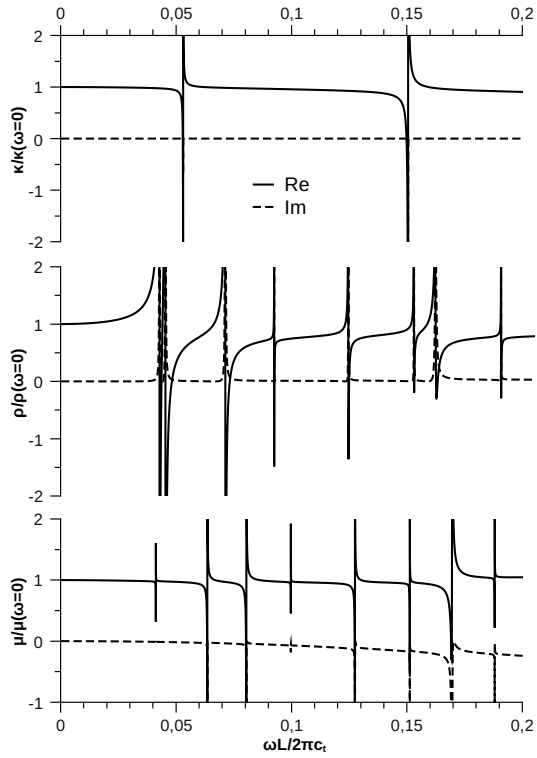
D_n коэффициент рассеяния n -ой цилиндрической гармоники, B — модуль всестороннего сжатия жидкости, ρ — плотность.



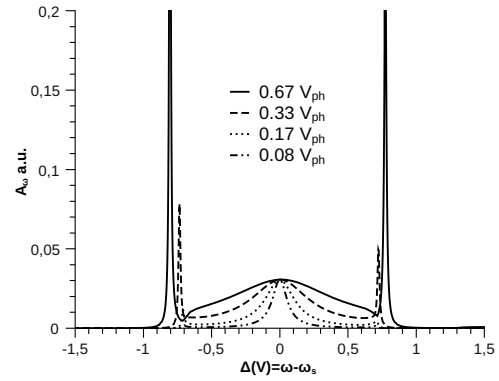
(а). Действительная часть эффективной плотности при разных линейных размерах



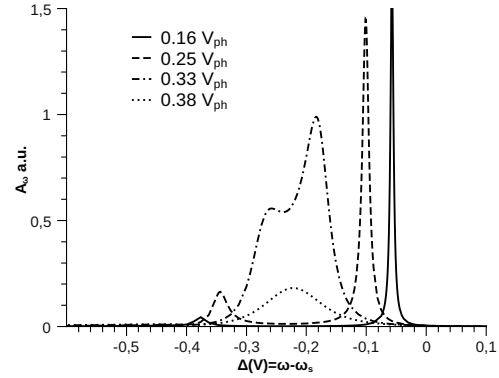
(б). Эффективные материальные параметры для поляризации в направлении Oz



(в). Эффективные материальные параметры для поляризации в плоскости xy



(г). Сдвиг принимаемого спектра при движении источника от приёмника



(д). Сдвиг принимаемого спектра при движении источника к приёмнику

Рис. 6

Для твёрдой матрицы и волн со смещением в плоскости (x, y) :

$$\rho_{\text{eff}}^{xy} = \rho_m (1 + 2S_1^l) \quad (7a)$$

$$\varkappa_{\text{eff}}^{xy} = \frac{\varkappa_m - \mu_m S_0^l}{1 + S_0^l}, \quad \mu_{\text{eff}}^{xy} = \frac{\mu_m^2 - S_2^l \varkappa_m \mu_m}{\mu_m + S_2^l (\varkappa_m + 2\mu_m)}, \quad (76)$$

где:

$$S_n^l = \frac{D_n^{ll}}{1 + D_n^{ll}} \frac{4}{\pi} \frac{1}{k_{ml}^2 L^2} \cdot i, \quad (8)$$

D_n^{ll} — коэффициент рассеяния n -ой цилиндрической гармоники от падающей волны продольной поляризации в волну продольной поляризации, k_{ml} — волновое число продольной поляризации в матрице, индекс xy означает моду колебаний при $u_z = 0$, т.е. в плоскости распространения волны, \varkappa^{xy} — модуль сжатия и μ^{xy} — сдвиговый модуль при $z = \text{const}$.

Для твёрдой матрицы и волн со смещением в на направлении оси Oz :

$$\rho_{\text{eff}}^z = \rho_m (1 - S_0^z) \quad (9a)$$

$$\mu_{\text{eff}}^z = \mu_m \frac{1 + S_1^z}{1 - S_1^z}, \quad (9b)$$

где:

$$S_n^z = \frac{D_n^z}{1 + D_n^z} \frac{4}{\pi} \frac{1}{k_{mt}^2 L^2} \cdot i, \quad (10)$$

D_n^z — коэффициент рассеяния n -ой цилиндрической гармоники от падающей волны поперечной поляризации, направленной по оси Oz , в поперечную волну той же поляризации, k_{mt} — волновое число сдвиговой поляризации в матрице, Индекс z показывает, что колебания совершаются по направлению оси Oz .

Необходимо отметить, что вследствие наличия выделенного направления в композите (направляющие цилиндры) твёрдый композит является существенно анизотропным, и эффективные материальные параметры отличаются для разных поляризаций распространения сдвиговой волны.

В Главе 5 представлены результаты моделирования распространения акустических волн в средах с цилиндрическими включениями. Параметры сред были подобраны таким образом, что длина акустической волны в матрице оставалась много большей расстояния между неоднородностями, а внутри включений длина волны была сравнима с размерами сечения. Вследствие этого на неоднородностях возникало резонансное рассеяние типа Ми, что существенно меняло характер распространения волны во всём композите.

В параграфе 5.2 вводится формула вычисления показателя преломления в случае с комплексными материальными параметрами:

$$n(\omega) = \sqrt{1/c} \cdot \sqrt{\rho}. \quad (11)$$

Важным параметром при анализе распространения волн является аргумент комплексного показателя преломления. Когда $\arg(n)$ принимает значения

вблизи нуля, то это означает распространение прямой волны, в случае, если $\arg(n)$ вблизи $\pi/2$, то мнимая часть волнового числа существенно превосходит действительную и волна быстро затухает. Наконец, если $\arg(n)$ вблизи значения π , то действительная часть волнового числа отрицательна, поэтому распространяется обратная волна.

В параграфе 5.3 рассмотрены композиты с жидкой матрицей. В пункте 5.3.1 приведены исследования композитов с включениями, представляющими собой двухслойный концентрический цилиндр, оболочка которого состоит из мягкой силиконовой резины (радиусом R), а сердцевина из серебра (радиусом R_c) [6а, 12а, 13а]. Такая геометрия обеспечивает резонансные колебания тяжелой сердцевины, что является важным для образования частотной зоны распространения обратной волны. Для иллюстрации приведем зависимость эффективных материальных параметров от частоты при $R_c/R = 0.15$ (рис. 5, а, б, в)¹. По оси абсцисс отложена нормированная частота, c_f — скорость распространения акустической волны в жидкой матрице. Вследствие резонансного рассеяния материальные параметры существенно изменяются вблизи резонансных частот и принимают отрицательные значения. Эффективная плотность зависит от первой цилиндрической гармоники, поэтому в образовании резонансов принимают участие как сдвиговые (на рис. 5, б обозначены S), так и продольные (L) колебания во включении. С увеличением частоты диссипативные потери играют всё большую роль, и резонансы становятся всё менее выраженными.

На рис. 5, д показано распределение аргумента показателя преломления от соотношения между радиусами внешнего и внутреннего цилиндров. Распределение аргумента иллюстрировано цветом: чёрный означает (значение аргумента вблизи нуля), что при данных соотношениях радиусов и частоты распространяется прямая волна; серый цвет означает области, где значение аргумента вблизи $\pi/2$, а это значит, при таких соотношениях распространение волны невозможно; наконец, белым выделены области, в которых распространяется обратная волна. Видно, что с помощью тяжелой сердцевины удаётся расширить частотный диапазон существования одновременно отрицательных параметров.

В пункте 5.3.2 рассмотрены включения, представляющие собой цилиндры из мягкой резины с полый сердцевинной. Полая сердцевина, во-первых, облегчает сжатие включения, что способствует сдвигу резонансной частоты рассеяния нулевой цилиндрической гармоники, то есть нижней частотной границы, в которой эффективная сжимаемость композита принимает отрицательные значения, в более низкочастотную область. Во-вторых, полость уменьшает общую массу включения, тем самым уменьшая диапазон частот, в

¹ В рассмотрении композитов с жидкой матрицей вместо модуля всестороннего сжатия B используется обратная величина: сжимаемость $s = 1/B$.

которых эффективная плотность становится отрицательной. Таким образом, подбирая соотношения внешнего радиуса включения и полости (R_c/R) можно получить композит, который будет иметь широкую частотную область, где распространение акустической волны невозможно с узким диапазоном разрешённых частот (рис. 5, *д*).

Известно, что вдоль границы раздела двух жидкостей, обладающих малой вязкостью, невозможно распространение поверхностной волны. В пункте 5.3.3 рассмотрен случай распространения поверхностной волны на границе раздела композитной среды с жидкой матрицей с твёрдыми включениями и чистой матрицей без включений. Показано, что если в некотором диапазоне частот композит обладает одним отрицательным эффективным материальным параметром, то распространение поверхностной волны оказывается возможным, причём дисперсия такой волны аналогична дисперсии электромагнитных волн, возникающих на поверхности плазмы. На рис. 5, *е* приведена дисперсия поверхностной волны (k_{sw}) для композита аналогичного рассмотренному в пункте 5.3.1. При сравнении с рис. 5, *в* видно, что волна распространяется в частотах, где аргумент показателя преломления принимает значения вблизи $\pi/2$. Также из рассчитанной дисперсионной зависимости следует, что поверхностная волна медленнее, чем объёмная волна в чистой матрице (k_m), и она будет локализована вдоль границы раздела.

В пункте 5.3.4 рассмотрено влияние внутренних акустических потерь (диссипации) на значения эффективных материальных параметров. Для этого была проведена серия численных расчётов. За основу был взят композит с жидкой матрицей, содержащий включения с тяжелой сердцевиной, аналогичный рассмотренным композитам в пункте 5.3.1. Был произведён расчёт частотной зависимости эффективной плотности для композитов, линейные размеры которых (размер включений и расстояние между ними) были пропорционально уменьшены в 10 и 100 раз. Во столько же раз возросла и частота резонансного рассеяния, однако потери возросли в ω^2 раз, поэтому поведение композита качественно меняется. Результаты приведены на рис. 6, *а*. При увеличении частоты в 10 раз амплитуда изменения действительной части плотности на частоте резонанса уменьшается, а при увеличении в 100 раз характеристики композита настолько деградируют, что зона отрицательных эффективных параметров исчезает. Это обстоятельство является важным фактором, сдерживающим применения как электромагнитных, так и акустических метаматериалов на практике.

В параграфе 5.4 рассмотрены композиты, состоящие из твердой матрицы и твёрдых включений. В качестве материала для матрицы рассмотрена эпоксидная смола, включения аналогичны рассмотренным в предыдущем параграфе. Распространение акустических волн в неоднородных твёрдых телах является существенно более сложной задачей, чем распространение в жидко-

стях, так как необходимо учитывать три поляризации волн. Для сдвиговой поляризации параллельной направляющим цилиндров (Oz) эффективные материальные параметры приведены на рис. 6, б. По оси абсцисс отложена нормированная частота, c_t — скорость распространения сдвиговой волны в матрице. Ширины резонансов в этом случае гораздо меньше, чем в случае с жидкой матрицей, однако существует узкий диапазон частот, в котором эффективная плотность и сдвиговый модуль одновременно отрицательны. На рис. 6, в приведены зависимости модуля сжатия, плотности и сдвигового модуля для волн, распространяющихся в плоскости xy . Зависимости имеют очень большое число резонансных пиков, что связано с возбуждением сдвиговых и продольной мод в матрице и включениях при рассеянии волн, однако найти диапазон частот, в котором все три параметра достигли отрицательных значений в данной геометрической конфигурации, не удалось.

В параграфе 5.5 рассмотрен акустический эффект Доплера в резонансных средах, имеющих диапазон отрицательных материальных параметров. С помощью формализма функций Грина получена формула спектра принимаемого излучения от движущегося источника с учётом дисперсии и диссипации в среде.

Рассматривались среды в которых материальные параметры (плотность ρ и сжимаемость s) имеют резонансный вид Лоренца:

$$\begin{aligned} \rho(\omega) &= \rho_0 \cdot \left(1 + \frac{\omega_{\rho p}^2 - \omega_{\rho 0}^2}{\omega_{\rho 0}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_\rho} \right), \\ s(\omega) &= s_0 \cdot \left(1 + \frac{\omega_{s p}^2 - \omega_{s 0}^2}{\omega_{s 0}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_s} \right). \end{aligned} \tag{12}$$

Исследовано два случая. В первом случае собственная частота источника лежит в области, где материальные параметры имеют разные знаки, поэтому в состоянии покоя излучение не регистрируется приёмником. Сдвиг принимаемого спектра при разных скоростях движения источника от приёмника представлен на рис. 6, г. При увеличении скорости движения источника возбуждаются две волны с разными частотами, одна из которых прямая, другая обратная, и источник может быть обнаружен приёмником. Частота на рис. 6, г, д нормирована на частоту первого резонанса материальных параметров.

Во втором случае собственная частота источника находится рядом с одной из резонансных частот, в зоне одновременной отрицательности обоих материальных параметров, и в состоянии покоя сигнал принимается приёмником. На рис. 6, д представлен результат моделирования при движении источника к приёмнику. При увеличении скорости источник входит в «запрещённую зону» и амплитуда излучения, регистрируемая приёмником, уменьшается.

Таким образом, показано, что при движении излучателя в средах с одновременно отрицательными материальными параметрами может возникнуть сложный эффект Доплера.

В Заключении приведены основные результаты и выводы работы:

- С помощью отверстий с сердцевине волокна можно создать волноведущую структуру, дисперсионные характеристики которой были рассчитаны.
- Предложены композиты, состоящие из жидкой или твердой матрицы с цилиндрическими включениями, материальные параметры которых имеют области отрицательных значений. Проведён анализ влияния геометрии включений и диссипации в них на материальные параметры.
- Показано, что поверхностная акустическая волна может существовать на границе раздела между жидким композитом и чистой матрицей. Получены дисперсионные характеристики этой волны.
- Получены величины аномального доплеровского сдвига для движущихся источников акустических волн в резонансном метаматериале.

Список публикаций

- 1а. Лисенков И. В., Никитов С. А., Попов Р. С., Чул Ку Ким. Распространение упругих волн в фоновых кристаллах // РЭ. 2007. — сен. Т. 52, № 9. С. 1122–1134.
- 2а. Лисенков И. В., Попов Р. С. Исследование распространения упругих волн в фоновом кристалле // Нелинейный мир. 2007. Т. 5, № 5. С. 335–336.
- 3а. Nikitov S. A., Gulyaev Y. V., Lisenkov I. V. et al. Elastic waves in periodic and non-periodic sets of hollow cylinders // 18th International Symposium on Nonlinear Acoustics. Vol. 1022. AIP Conference Proceedings, 2008. Pp. 287–290.
- 4а. Nikitov S., Popov R., Lisenkov I., Kim C. K. Elastic wave propagation in a microstructured acoustic fiber // Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on. 2008. — Aug. Vol. 55, no. 8. Pp. 1831–1839.
- 5а. Лисенков И. В., Никитов С. А., Попов Р. С. Упругие волны в средах с отрицательными эффективными плотностями и жесткостями // Нелинейный мир. 2009. Т. 3, № 3. С. 228–229.
- 6а. Лисенков И. В., Никитов С. А., Попов Р. С. Распространение объёмных и поверхностных акустических волн в жидком метаматериале // Нелинейный мир. 2010. Т. 8, № 2. С. 106–107.
- 7а. Лисенков И. В., Никитов С. А., Попов Р. С. Упругие волны в системе цилиндрических каналов // Школа семинар «Волновые явления в неоднородных средах». г. Звенигород; 2006. — 22-27 Мая. С. 3.
- 8а. Лисенков И. В., Никитов С. А., Попов Р. С. Модель распространения упругой волны в фоновом кристалле. // Нелинейные процессы самоорганизации в современном материаловедении VI Международный семинар. Астрахань: 2006. — 24-25 ноября. С. 24–25.

- 9a. Лисенков И. В., Никитов С. А., Попов Р. С. Модель распространения упругой волны в фононном кристалле // Труды XLIX научной конференции МФТИ. 2006. С. 86–88.
- 10a. Nikitov S. A., Gulaev Y. V., Grigorevsky I. G. et al. Review of Phononic Crystals, Devices and Prospects // Abstracts of IEEE Ultrasonics Symposium. New York: 2007. — 28-31 October. P. 416.
- 11a. Lisenkov I., Popov R., Nikitov S. Properties of acoustic wave propagation in “double negative” metamaterial // IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings. Rome: UFFC-IEEE, 2009. — sep. Pp. 1115–1117.
- 12a. Lisenkov I. V., Popov R. S., Nikitov S. A. Acoustic wave propagation in fluid metamaterial with solid inclusions // META'2010 2nd International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, 22-25 February. Cairo: 2010. Pp. 317–321.
- 13a. Lisenkov I., Popov R., Nikitov S. Acoustic wave propagation in fluid metamaterial with solid inclusions. e-print arXiv:cond-mat.other/1008.5385v1 (5 pages). 2010.

Цитированная литература

1. Joannopoulos J. D., Johnson S. G., Winn J. N., Meade R. D. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Second Edition). 2 edition. Princeton University Press, 2008.
2. Miyashita T. REVIEW ARTICLE: Sonic crystals and sonic wave-guides // Measurement Science and Technology. 2005. — May. Vol. 16. Pp. 47–+.
3. Nikitov S. A., Filimonov Y. A., Tailhades P. Magneto-photonic and Magnonic Crystals Based on Ferrite Films — New Types of Magnetic Functional Materials // Advances in Science and Technology. 2006. Vol. 45. Pp. 1355–1363.
4. Theory and Phenomena of Metamaterials, Ed. by F. Capolino. New York: CRC Press, 2009.
5. Yablonovitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics // Phys. Rev. Lett. 1987. — May. Vol. 58, no. 20. Pp. 2059–2062.
6. Russell P. S. J. Photonic crystal fibers // Science. 2003. Vol. 299. P. 358–362.
7. Dainese P., Russell P. S. J., Joly N. et al. Stimulated Brillouin scattering from multi-GHz-guided acoustic phonons in nanostructured photonic crystal fibres // Nature Physics. 2006. Vol. 2. Pp. 388 – 392.
8. Агранович В. М., Гартштейн Ю. Н. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // Успехи физических наук. 2006. Т. 176, № 10. С. 1051–1068. URL: <http://ufn.ru/ru/articles/2006/10/c/>.
9. Ziolkowski R. W. Design, fabrication, and testing of double negative metamaterials // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2003. — Jul. Vol. 51, no. 7. P. 1516–1529.
10. Li J., Chan C. T. Double-negative acoustic metamaterial // Phys. Rev. E. 2004. — Nov. Vol. 70, no. 5. P. 055602.
11. Vinogradov E. A., Suyazov N. V., Shipilov K. F. Heterogenous media with a negative acoustic refractive index // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. 2008. Vol. 35, no. 4. Pp. 104–110.
12. Буров В. А., Дмитриев К. В., Сергеев С. Н. Акустические «дважды отрицательные» среды // Акустический журнал. 2009. Т. 55, № 3. С. 292–306.
13. Морозов А. И., Проклов В. В., Станковский Б. А. Пьезоэлектрические преобразователи для радиоэлектронных устройств. М.: Радио и связь, 1981.